

Cagniard-de Hoop 방법을 이용한 구형 산란체의 시간영역 RCS 해석

홍 익 표*

Time Domain RCS Analysis of Spherical Scattering Objects using the Cagniard-de Hoop (CdH) Method

Ic-Pyo Hong*

국립공주대학교 2026년 연구년 사업에 의하여 연구되었음

요 약

레이더 반사 단면적(RCS, Radar Cross Section)은 표적의 전자기 탐지 가능성을 정량화하는 핵심 지표로, 스텔스 기술과 레이더 시스템 설계에 중요한 역할을 한다. 본 논문에서는 구형 표적의 RCS 해석에 CdH (Cagniard-de Hoop) 방법을 적용하고, 고전적인 Mie 급수 방법과 비교하여 그 유효성을 검증하였다. Mie 급수는 완전도체(PEC) 구, 유전체 구 및 코팅된 구에 대해 주파수 영역의 정확한 해를 제공하는 반면, CdH 방법은 단방향 라플라스 변환과 슬로우니스(Slowness) 기반 정식화를 이용하여 역라플라스 변환 없이 시간영역 과도 산란 응답을 직접 계산한다. 또한 CdH 방법은 전자기 상호성 정리와 결합되어 다층 구조에도 적용 가능하며, 광대역 펄스 레이더 해석에 효과적이다. 비교 결과 CdH 방법은 Mie 급수 대비 상대 RMS 오차는 PEC 구 약 1.2%, 유전체 구 2.7%, 코팅 구 3.4% 이하로 우수한 일치성을 보였으며, 시간영역 전자기 산란 해석의 유용성을 확인하였다. 또한 향후 복잡한 형상 표적에 대한 확장 가능성을 제시하였다.

Abstract

Radar Cross Section (RCS) is a fundamental parameter for quantifying the electromagnetic detectability of a target and plays an important role in stealth technology and radar system design. In this paper, the Cagniard-de Hoop (CdH) method is applied to the RCS analysis of spherical targets and validated through comparison with the classical Mie-series solution. While the Mie series provides accurate frequency-domain solutions for Perfectly Conducting (PEC), dielectric, and coated spheres, the CdH method directly computes transient time-domain scattering responses using a one-sided Laplace transform and a slowness-based formulation without requiring an inverse Laplace transform. Combined with the electromagnetic reciprocity theorem, the CdH formulation can also be extended to multilayered structures and is particularly suitable for broadband pulse radar analysis. Numerical results show excellent agreement between the CdH and Mie-series solutions, demonstrating the effectiveness of the CdH method for time-domain electromagnetic scattering analysis. Furthermore, the proposed approach provides a foundation for future extension to arbitrarily shaped scatterers.

Keywords

radar cross section, RCS, cagniard-de hoop method, time-domain analysis, mie series, electromagnetic scattering

* 국립공주대학교 스마트정보기술공학과
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1875-5420>

• Received: Jun. 01, 2026, Revised: Jul. 03, 2026, Accepted: Jul. 06, 2026
• Corresponding Author: Ic-Pyo Hong
Dept. of Smart Information Technology Engineering,
Kongju National University, 1223-24 Cheonan-daero, Sebuk-gu,
Cheonan-si, Chungcheongnam-do, 31080, Korea
Tel.: +82-41-521-9199, Email: iphong@kongju.ac.kr

1. 서 론

레이더 반사 단면적(RCS, Radar Cross Section)은 물체의 레이더 탐지 가능성을 정량적으로 나타내는 중요한 지표로, 입사 전자기 에너지에 대한 표적 후방 산란 전력의 비로 정의된다[1], RCS는 표적의 크기, 형상, 재질, 레이더 신호의 입사각 및 편파 등 다양한 요인에 의해 결정되며[1], 군사 분야의 스텔스 기술 개발, 항공기 및 미사일 설계, 레이더 시스템 성능 평가 등에 필수적으로 활용된다[1]. 특히 스텔스 항공기의 경우 RCS를 10,000배 감소시켜야 탐지 거리를 1/10로 줄일 수 있으며[1], 이를 위해 형상 최적화, 레이더 흡수 재료(RAM, Radar Absorbent Material) 적용, 능동 및 수동 상쇄 기법 등 다양한 RCS 감소 기술이 활발히 연구되고 있다[2][3].

전자기 산란 문제를 해석하는 방법은 크게 수치 해석법과 해석적 방법으로 구분된다. 수치 해석법에는 모멘트법(MoM, Method of Moments)[4], 유한차분 시간영역법(FDTD, Finite Difference Time Domain)[5], 유한요소법(FEM, Finite Element Method) 등이 있으며, 이들 방법은 임의의 복잡한 형상의 표적 해석에 광범위하게 적용 가능하다[2]. 고주파 근사법으로는 기하광학(GO, Geometric Optics), 물리광학(PO, Physical Optics), 회절의 기하 이론(GTD, Geometric Theory of Diffraction) 등이 사용되며[3][6], 이 방법들은 파장에 비해 전기적으로 큰 표적에 대해 높은 계산 효율을 제공하나 고주파 조건에서만 유효하다는 한계가 있다[3][6]. MoM은 표적 표면의 전류 분포를 적분방정식을 통해 직접 구하는 방법으로[4], 임의 형상의 도체 및 유전체 표적 해석에 특히 유용하며, FDTD는 Maxwell 방정식을 시공간에서 직접 차분화하여 시간영역에서 광대역 산란 특성을 효율적으로 계산할 수 있다[5]. 이러한 수치 해석법들은 복잡한 형상의 표적 해석에 유리하나, 계산 시간과 비용이 많이 소요되며 오차가 발생할 수 있다는 단점이 있다[2]. 반면, 해석적 방법은 정확한 해를 제공하며 물리적 현상에 대한 깊은 통찰을 제공하지만, 구나 원통 등 제한된 형상에만 적용 가능하다는 한계가 있다.

CdH(Cagniard-de Hoop) 방법은 1939년 Louis

Cagniard가 개발하고 1960년 Adrianus de Hoop이 개선한 수학적 기법으로[7][8], 다층구조 매질에서의 파동 및 확산 문제를 해결하는 정교한 방법이다. 이 방법은 실수 양의 변환 파라미터를 가진 단방향 라플라스 변환과 역속도(Slowness) 기반 표현의 조합에 기초하고 있으며[7][8], 초기에는 지진학 분야에서 주로 사용되었으나 그 다양성으로 인해 음향파, 탄성파, 전자기파 해석으로 확대되었다[8]. CdH 방법은 변환영역 적분을 복잡한 역라플라스 변환 과정 없이 시간영역 응답으로 직접 변환할 수 있는 기법으로, 주파수 영역 해석에서 요구되는 복잡한 역라플라스 변환 과정을 회피할 수 있다[9]. 이러한 장점으로 인해 CdH 방법은 최근 전자기 산란 문제에 적용되어, 전자기 상호성 정리와 결합된 CdH-MoM(Cagniard-de Hoop-Method of Moments) 기법으로 발전하여 펄스 전자기파와 구형 산란체의 상호작용을 시간영역에서 직접 모델링하는 데 활용되고 있다[9][10].

최근 시간영역 전자기 산란 해석 분야에서는 광대역 레이더 및 UWB 펄스 산란 해석의 요구 증가에 따라 유의미한 발전이 이루어지고 있다. 시간영역 적분방정식(TDIE, Time-Domain Integral Equation) 기법은 CQ(Convolution Quadrature) 방법의 도입 이후 라플라스 변환 기반 경계적분방정식의 안정적 수치 해법으로 널리 활용되고 있으며[11], 최근에는 유전체 산란체 및 코팅 도체에 대한 경계장 정식화(Boundary-field formulation)를 통한 과도 산란 해석도 제안되었다[11]. CdH-MoM 기법은 박막 와이어, 사각 개구면 및 메타표면의 펄스 전자기 산란 해석으로 확장되었고[12][13], 비선형 유전체에 대한 시간영역 체적 적분방정식 해법도 Mie 급수 해와의 교차 검증에 활용되고 있다[14]. 또한 기존 정상상태 해석으로는 다루기 어려운 시변 매질 코팅 구의 주파수 변환 산란 현상에 대한 준해석적 모델과[15], 안정적인 시간영역 Debye-Mie 급수 전개법도 최근 보고되어[16] 시간영역 산란 해석의 적용 범위가 크게 확장되고 있다.

본 논문에서는 구형 표적의 RCS 해석에 CdH 방법을 적용하고, 이를 고전적인 Mie 급수 해석과 비교한다. 완전도체(PEC, Perfect Electric Conductor) 구, 유전체 구, 그리고 코팅된 구에 대해 두 방법의

해석 결과를 비교함으로써, CdH 방법의 시간영역 응답 계산 능력과 효율성을 검증하고자 한다.

II. RCS 해석 이론 및 CdH 적용방법

2.1 RCS 정의 및 원거리 산란 전계의 일반식

Mie 산란 이론은 Gustav Mie가 개발한 것으로, 균일한 구에 의한 전자기 평면파의 산란을 기술한다[17]. 이 이론은 Maxwell 방정식의 해를 구 좌표계에서 구한 것으로, 입사파, 산란파, 투과파를 구면조화 함수의 무한 급수 형태로 표현한다[17]. Mie 이론의 해는 무한 급수 형태를 취하며, 구의 크기, 굴절률, 입사파의 파장 등에 따라 달라진다.

원거리에서 단일 표적의 모노스태틱 레이다 산란 단면적(RCS)은 다음과 같이 정의된다.

$$\sigma(\omega) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{E^s(r, \omega)}{E^i(\omega)} \right|^2 \quad (1)$$

여기서 $E^i(\omega)$ 는 입사전계의 주파수 스펙트럼이고, $E^s(r, \omega)$ 는 관측 거리 r 에서의 산란 전계이다. 관측 방향이 입사방향과 동일하다는 모노스태틱 조건 ($\hat{r} = -\hat{k}_i$) 을 고려하면 전자기 산란 문제에서 원거리 전계는 산란 진폭 $f(\omega)$ 를 이용하여 다음과 같이 표현한다.

$$E^s(r, \omega) = f(\omega) \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \quad (2)$$

로 표현된다. 여기서 $k_0 = \omega/c_0$ 로 자유공간 파수로 정의된다. 식 (2)는 자유공간 Green 함수의 원거리 근사(Far-field approximation)를 이용하여 표현한 산란 전계이다. $1/r$ 는 구면파 감쇠를 나타내고, 지수항은 전파지연을 포함한다. 이는 Mie 급수 해석에서 구 내부 전자기장 분포와 산란 계수에 직접적으로 반영된다.

2.2 Mie 시리즈를 이용한 구형 산란체 RCS 해석

완전도체(PEC) 구는 RCS 해석에서 가장 기본적인 표적이며, 레이더 교정 및 수치 시뮬레이션 검증에 널리 사용된다[1]. PEC 구의 경우 표면에서 접선 전기장이 0이라는 경계 조건을 적용하여 산란 계수를 결정한다. 완전 도체 구의 RCS는 구의 반지름과 레이더 파장의 비율에 따라 크게 달라지며[1], 직경이 1.13 m인 완전 도체 구는 약 1 m²의 RCS를 가진다[1].

구형 산란체의 전자기 산란 해는 벡터 구면조화 함수(Vector spherical harmonics)를 이용한 급수 전개로 표현된다. 식 (2)에서 정의된 후방 산란 진폭은 다음과 같이 Mie 급수로 주어진다.

$$f(\omega) = \frac{1}{k_0} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-1)^n [a_n(\omega) - b_n(\omega)] \quad (3)$$

이때, $a_n(\omega)$ 와 $b_n(\omega)$ 는 각각 TM와 TE 모드에서의 Mie 계수이다.

레이더 주파수가 증가함에 따라 더 많은 항을 포함해야 정확한 해를 얻을 수 있다. PEC 구의 RCS는 공진 영역에서 복잡한 진동 패턴을 보이며, 이는 구 내부의 표면파 모드와 관련이 있다.

유전체 구의 경우, 구 표면에서 전기장 및 자기장의 접선 성분이 연속이라는 경계 조건을 적용한다. Mie 이론을 유전체 구에 적용하면, 산란 계수는 구의 복소 유전율(또는 굴절률)에 의존하게 된다[18]. 유전체 구는 PEC 구와 달리 투과파가 존재하며, 구 내부에서의 공진 현상으로 인해 특정 주파수에서 RCS가 급격히 변화할 수 있다. 유전체 구의 RCS는 크기 파라미터 및 유전율에 따른 전기·자기 다중극 공진에 의해 결정된다[18]. 손실이 있는 유전체의 경우, 복소 유전율의 허수부가 흡수를 나타내며 이는 RCS를 감소시키는 효과를 가져온다. 균질 유전체 구의 경우, 구 표면에서의 접선 전계 연속 조건은 다음과 같이 식 (4)로 주어진다.

$$\begin{aligned} \hat{n} \times \mathbf{E}|_{r=a^-} &= \hat{n} \times \mathbf{E}|_{r=a^+}, \\ \hat{n} \times \mathbf{H}|_{r=a^-} &= \hat{n} \times \mathbf{H}|_{r=a^+} \end{aligned} \quad (4)$$

TM 및 TE 모드에 대한 Mie 산란계수는 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} a_n(\omega) &= \frac{m\psi_n(mx)\psi_n'(x) - \psi_n(x)\psi_n'(mx)}{m\psi_n(mx)\xi_n'(x) - \xi_n(x)\psi_n'(mx)} \\ b_n(\omega) &= \frac{\psi_n(mx)\psi_n'(x) - m\psi_n(x)\psi_n'(mx)}{\psi_n(mx)\xi_n'(x) - m\xi_n(x)\psi_n'(mx)} \end{aligned} \quad (5)$$

여기서 $x = k_0 a$ (는 구의 반지름), $m(\omega) = \sqrt{\mu_r \epsilon_r^*(\omega)}$ 이다. 여기서 사용된 Riccati-Bessel 함수는 구형 Bessel 함수 $j_n(z)$ 및 구형 Hankel 함수 $h_n^{(1)}(z)$ 로부터 다음과 같이 정의된다. 이로부터 Riccati-Bessel 함수는

$$\psi_n(z) = z j_n(z), \quad \xi_n(z) = z h_n^{(1)}(z) \quad (6)$$

로 정의된다. 복소 상대 유전율은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\epsilon_r^*(\omega) = \epsilon_r - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \quad (7)$$

PEC 구의 경우 경계조건 $\hat{n} \times \mathbf{E}|_{r=a} = 0$ 으로부터

$$a_n = -\frac{\psi_n'(x)}{\xi_n'(x)}, \quad b_n = -\frac{\psi_n(x)}{\xi_n(x)} \quad (8)$$

가 된다. 식 (3)의 Mie 급수는 크기 파라미터 ka 에 의존하는 지수적 수렴 특성을 가진다. 수렴에 필요한 절단 차수 N 은 Wiscombe의 규칙 $N \approx ka + 4(ka)^{1/3} + 2$ 에 따라 결정되며, ka 가 증가할수록 $O(ka)$ 에 비례하여 증가한다. Rayleigh 영역 ($ka \ll 1$)에서는 소수의 항으로 수렴하나, 광학 영역 ($ka \gg 1$)에서는 더 많은 항이 필요하다. 그러나 각 Mie 계수는 $|a_n|, |b_n| \leq 1$ 로 제한되므로 급수는 수렴하며, 본 연구의 범위($ka \leq 20$)에서는 별도의 수렴 가속 없이 기계 정밀도 수준의 정확도가 보장된다.

코팅된 구(Coated sphere)는 내부의 도체 또는 유전체 코어와 외부의 유전체 층으로 구성된 2층 구조이다. 이러한 구조는 스텔스 기술에서 RCS를 감소시키기 위해 널리 연구되며[19], 유전체 코팅은 공진 주파수를 조정하고 후방 산란을 감소시키는

역할을 한다. 코팅된 구의 Mie 급수 해는 내부 및 외부 경계 조건을 동시에 만족하도록 확장 계수를 결정함으로써 얻어진다[20]. 도체 구에 유전체 층이 코팅된 경우, 코팅 재료의 특성에 따라 RCS가 크게 변화한다. 손실성 유전체나 자기 손실을 가진 재료로 코팅하면 전자기파를 흡수하여 RCS를 감소시킬 수 있다[20][21]. 코팅 두께와 재료 특성(유전율, 투자율)은 RCS 감소 효과에 직접적으로 영향을 미친다. 손실성 유전체 또는 자기 손실 코팅은 특정 주파수 대역에서 전자기파를 흡수하여 후방 산란을 감소시키며, 코팅 설계 시 재료 파라미터의 정확한 측정이 필수적이다[19][22].

코팅 구(PEC 코어 - 유전체 셸)의 경우, 반지름 a_1, a_2 에서 각각 연속 조건을 적용하여, 코어 - 셸 - 자유공간의 3중 경계조건으로부터 산란 계수를 유도한다. 모노스테틱 RCS는

$$\begin{aligned} \sigma(\omega) &= \frac{\lambda^2}{\pi} |f(\omega)|^2 \\ &= \frac{1}{k_0^2} \left| \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-1)^n [a_n - b_n] \right|^2 \end{aligned} \quad (9)$$

로 계산된다.

2.3 Cagniard - de Hoop 시간 영역 전파해석

Cagniard-de Hoop 방법의 핵심 아이디어는 시간과 공간 좌표에 대한 이중 적분 변환 표현을 직접 시간 영역 해로 변환하는 것이다[9]. 이 방법은 실수 양의 변환 파라미터를 가진 단방향 라플라스 변환과 슬로우니스 기반 표현의 조합을 기반으로 한다 [7]. 변환된 영역에서 p -적분을 전진 라플라스 변환 형태로 만들어, 두 적분의 연속을 전진 및 역변환으로 식별함으로써 실제 적분 계산을 불필요하게 만든다[9]. 슬로우니스 p 는 파동의 전파 속도 v 의 역수로 정의되는 물리량으로, k 는 파수 (Wavenumber), ω 는 각 주파수라고 할 때, $p = 1/v = k/\omega$ 로 주어진다. 자유공간에서 전자기파의 슬로우니스 $p_0 = 1/c_0$ 이며, 매질 내에서는 굴절률 n 에 따라 $p = n/c_0$ 로 주어진다. CdH 방법에서 슬로우니스 표현은 라플라스 변환 영역에서의 전파

커널을 $e^{(-s \cdot p \cdot r)}$ 형태로 표현할 수 있게 하여, 복소 s -평면에서의 적분경로 변형(Cagniard contour)을 통해 시간 영역 응답을 직접 구할 수 있게 한다. 물리적으로 슬로우니스가 클수록 파동이 느리게 전파됨을 의미하며, 다층 구조에서 각 층의 슬로우니스 차이가 반사/투과 계수를 결정한다.

전자기 산란 문제에 CdH 방법을 적용하기 위해서는 먼저 시간과 거리에 대한 라플라스-푸리에 변환을 수행한다. 변환 변수 (s, p) 는 시간 및 횡방향 거리의 쌍대 변수이다[9]. 목표는 지수항 $-s\omega(p)$ 를 $-s\tau$ 로 설정하는 것이며, 관측시간 τ 가 유한한 시작 시점에서 무한대까지 변화함에 따라[9], p -적분은 지수가 실수이고 p 가 무한대로 갈 때 $-\infty$ 로 감소하는 윤곽선으로 변형된다. 복소 τ -영역에서의 변형은 실제 축 주위로 적분 윤곽선을 '닫으면서'이 축에서 벗어난 특이점들을 고려하는 것이다 [9][10]. 일반적으로 이 방법은 하나의 체적파와 다른 유형의 파들을 나타내는 적분에 적용되며, $\omega(p)$ 의 안장점(Saddle point)이 체적파를 생성하고 τ -영역 피적분함수의 분기점으로 작용한다[9][10]. 안장점으로부터의 최급강하 경로는 항상 Cagniard 경로의 꼬리 부분이 되며, 이는 p -영역에서의 최급강하 경로 쌍의 상이 τ -영역의 실축 세그먼트의 이중 덮개가 된다[9].

자유공간에서 전자기 전파는 그린함수로 표현할 수 있으며, 주파수 영역에서 그린함수는 다음과 같다.

$$G(r, \omega) = \frac{e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \quad (10)$$

이며, 이를 라플라스 영역 $s = \sigma + j\omega$ 로 확장하면

$$\bar{G}(r, s) = \frac{e^{-sr/c_0}}{4\pi r} \quad (11)$$

가 된다.

CdH 방법에서는 복소 s 평면에서 적분 경로를 변형하여, 시간영역 응답을 인과적으로 표현한다. 이때 핵심 결과는 다음의 역라플라스 변환이다.

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{e^{-sr/c_0}}{r}\right\} = \frac{1}{r}\delta\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \quad (12)$$

식 (12)는 자유공간 전파가 시간 영역에서 r/c_0 만큼 지연된 인과적 임펄스 응답으로 표현됨을 의미한다. CdH 방법은 이 성질을 통해 시간 영역 전파 커널을 직접 구성한다. 따라서, 자유공간 Green 함수의 시간 영역 표현은 다음과 같이 주어진다.

$$G(r, t) = \frac{1}{4\pi r}\delta\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \quad (13)$$

가 된다. 이는 전자기파가 자유공간에서 거리 r 을 전파하는 데 $t_0 = r/c_0$ 의 시간이 소요됨을 의미한다. 이러한 전파 지연 특성을 이용하면 주파수 영역 산란 전계로부터 시간 영역 산란 전계를 다음과 같이 구성할 수 있다. 주파수 영역에서 산란 전계인 식 (2)를 시간영역으로 변환하면

$$\bar{E}^s(r, s) = \bar{f}(s) \frac{e^{-sr/c_0}}{r} \quad (14)$$

여기서 $\bar{f}(s)$ 는 산란전계의 Laplace 변환이다. CdH 방법의 핵심은 공간 주파수 영역으로의 변환이다. 구형 대칭 문제에서 방사 방향 슬로우니스 p 를 도입하면, Laplace 영역 산란 전계는 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{E}^s(r, s) = \frac{s}{2\pi j} \int_{-j\infty}^{+j\infty} e^{-s p r} \hat{E}^s(p, s) dp \quad (15)$$

여기서 p 는 방사방향 슬로우니스이며, 적분경로는 복소 p 평면의 허수축이다. 구형 산란체의 경우 Mie 급수를 이용하여 $\hat{E}^s(p, s)$ 를 모달 전개할 수 있다.

$$\hat{E}^s(p, s) = \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-1)^n [\bar{a}_n(s) - \bar{b}_n(s)] \cdot \Phi_n(p, s) \quad (16)$$

여기서 $\Phi_n(p, s)$ 는 구면 Hankel 함수의 슬로우니스 영역 표현으로부터 유도되는 모드 함수이며, 각 Mie 모드의 전파특성을 나타낸다. 이때, $\bar{a}_n(s), \bar{b}_n(s)$ 는 Mie 계수의 Laplace 변환이다.

시간영역 산란전계는 Bromwich 역변환 적분에 의해 다음과 같이 주어진다.

$$E^s(r, t) = \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \bar{E}^s(r, s) e^{st} ds \quad (17)$$

여기서 $\sigma > 0$ 은 모든 특이점의 오른쪽에 위치한 실수이다.

$$\begin{aligned} E^s(r, t) &= \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \bar{f}(s) \frac{e^{-sr/c_0}}{r} e^{st} ds \\ &= \frac{1}{r} \frac{1}{2\pi j} \int_{\sigma-j\infty}^{\sigma+j\infty} \bar{f}(s) \exp[s(t - \frac{r}{c_0})] ds \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)의 직접 수치 평가는 특히 광대역 과도 응답에서 고주파 진동적 적분항과 수치적 잔향 현상으로 인해 종종 어려움을 겪는다. 여기서 지수항의 위상을 $\Phi(s) = s(t - \frac{r}{c_0})$ 로 정의할 수 있고,

CdH 방법에서는 복소 s -평면에서의 Bromwich 적분 경로를 지수 위상이 실수 축 방향으로 단조 증가하도록 변형한다. 그림 1에 주파수 영역의 Bromwich 적분 경로와 복소 슬로우니스(p) 평면에서 인과적 시간 영역 응답으로 직접 변환되는 쌍곡선형 CdH

경로를 비교하여 나타내었다. 이를 통해 고주파 진동 적분과 수치적 역변환 과정을 효과적으로 회피하고 인과성을 보장할 수 있다.

이를 위해 새로운 실수 변수 τ 를 도입하여 $s = s(\tau)$ 로 정의하고, 다음 조건을 만족하도록 경로를 선택한다. 이 조건을 만족하는 경로를 Cagniard contour라 한다.

$$\Phi(s(\tau)) = \tau, \quad (t - \frac{r}{c_0}) = \tau \quad (19)$$

CdH 방법은 복소 평면에서 적분 경로를 변형하고 변수 변환을 도입함으로써 이러한 문제를 회피한다. 시간 $\tau \geq r/c_0$ 를 매개변수로 하여, 복소 슬로우니스 p 를 다음과 같이 정의한다.

$$p(\tau) = \frac{\tau}{r} + j \frac{\sqrt{\tau^2 - (r/c_0)^2}}{r}, \quad \tau \geq \frac{r}{c_0} \quad (20)$$

이 경로는 다음과 같은 중요한 성질을 만족한다.

- 1) 인과성 : $\tau = r/c_0$ 에서 시작(파동 도달 시간)
- 2) 실수위상 : $Re[spr] = s\tau$ (진동제거)
- 3) 쌍곡선 형태 : 복소 p -평면에서 쌍곡선

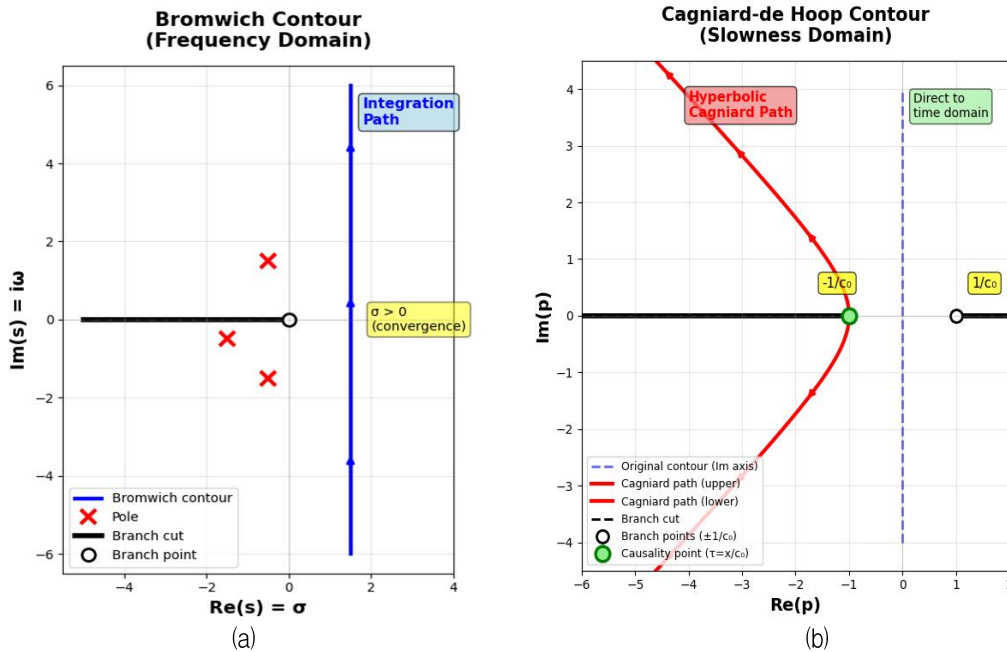


그림 1. CdH 방법에서 사용되는 적분경로의 개념도

(a) 복소 s -평면의 Bromwich 적분 경로 (b) 복소 p -평면의 Cagniard-de Hoop 경로

Fig. 1. Integration contours used in the CdH method

(a) Bromwich integration contour in the complex s -plane (b) the Cagniard-de Hoop contour in the complex p -plane

라플라스변수 s 와 시간 τ , 슬로우니스 p 의 관계는 $s \cdot p(\tau) \cdot r = s\tau$ 과 같이 주어진다. 식 (21)로 주어지는 자코비안은 $\tau = r/c$ 부근에서는 약한 특이성을 가지지만 적분 가능하며, $\tau \rightarrow \infty$ 에서는 $O(\tau^{-1})$ 로 감소하므로 수렴하는 적분식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{ds}{dp} = \frac{\partial s}{\partial \tau} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial p} = \frac{sr}{\partial p / \partial \tau} = \frac{sr^2 \tau}{\sqrt{\tau^2 - (r/c_0)^2}} \quad (21)$$

따라서, Cagniard 경로를 따라 적분하면, Bromwich 적분 식 (18)은 다음과 같이 변환된다.

$$E^s(r, t) = H(t - \frac{r}{c_0}) \frac{1}{r} \int_{r/c_0}^t W(r, \tau) d\tau \quad (22)$$

여기서

$$W(r, \tau) = \frac{1}{2\pi} \text{Re} \left[\bar{f}(s(\tau)) \cdot \frac{r\tau}{\sqrt{\tau^2 - (r/c_0)^2}} \right] \quad (23)$$

는 Cagniard 가중 함수이며, $H(\cdot)$ 는 Heaviside 함수로 인과성을 자동으로 보장한다. 식 (22)에 Mie 급수를 대입하면 식 (24)와 같다. 식 (24)의 급수는 Mie 급수와 동일한 수렴특성을 가지며, 실제 계산에서는 Wiscombe의 절단조건 $N \approx ka + 4(ka)^{1/3} + 2$ 를 사용하여 유한항으로 계산하였다.

$$W(r, \tau) = \frac{1}{2\pi k_0 r} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(-1)^n \cdot \text{Re} \{ [\bar{a}_n(s) + \bar{b}_n(s)] \cdot J_n(\tau) \} \quad (24)$$

여기서 $\bar{a}_n(s), \bar{b}_n(s)$ 는 TM 및 TE Mie 계수의 라플라스 변환으로, 각각 전기 다중극 및 자기 다중극 산란 모드를 나타낸다. $J_n(\tau)$ 는 각 모드의 시간 응답 함수이다.

$$J_n(\tau) = \frac{r\tau}{\sqrt{\tau^2 - (r/c_0)^2}} \cdot \Psi_n(s(\tau), r) \quad (25)$$

Ψ_n 은 구형 Bessel 함수의 Laplace 역변환으로부터

유도된다. 구형 Bessel 함수 $j_n(z)$ 의 실수 인수 계산은 점화식 $j_{n+1}(z) = (2n+1/z)j_n(z) - j_{n-1}(z)$ 를 이용한다. 복소 인수 mz (손실 유전체의 경우)에 대해서는 $j_n(z) = \sqrt{\pi/(2z)} J_{n+1/2}(z)$ 의 관계를 이용하여 반정수 차수 원통형 Bessel 함수 $J_{n+1/2}(z)$ 로부터 직접 계산하였다. Mie 계수의 라플라스 변환 $\bar{a}_n(s), \bar{b}_n(s)$ 는 복소 주파수 s 에서 크기 파라미터 $\bar{x} = (s/c_0) \cdot a$ 를 복소 인수로 취급하여 동일한 방법으로 계산하였으며, 이때 로그 미분방법을 적용하여 대형 산란체($ka \gg 1$)에서의 수치 오버플로를 방지하였다. 실제 구현에서는 식 (22)를 이산시간 $t = t_m$ 에 대해 평가하며, 각 $E^s(t_m)$ 는 $\tau \in [r/c_0, t_m]$ 를 따라 수치적 적분을 통해 구해진다.

$$E^s(r, t_m) \approx H\left(t_m - \frac{r}{c_0}\right) \frac{1}{r} \sum_{m=1}^M W(r, \tau_k) \Delta\tau \quad (26)$$

여기서 $\tau_k = r/c_0 + k\Delta\tau$ 는 적분격자이다. 이 접근법은 식 (18)의 직접 평가를 피하고 기존 역변환과 관련된 수치적 잔향을 줄인다. 인과적 시간 영역 산란장이 구해지면, 푸리에 변환을 통해 주파수 영역 스펙트럼이 계산된다. 균일한 시간 간격 Δt 로 샘플링된 경우, 이산 푸리에 변환은 다음과 같이 산출된다.

$$E^s(r, \omega_k) \approx \sum_{m=0}^{N-1} E^s(r, t_m) e^{-j\omega_k t_m} \Delta t \quad (27)$$

여기서 $\omega_k = 2\pi k/(N\Delta t)$ 이다. 실제로는 목표물 응답을 분리하기 위해, Time gating window $\omega(t)$ 를 적용할 수 있다.

$$E_{gated}^s(r, t) = E^s(r, t) \cdot \omega(t) \quad (28)$$

대표적인 window 함수는

$$\begin{cases} \text{Rectangular: } \omega(t) = \begin{cases} 1, & t_1 \leq t \leq t_2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ \text{Hanning: } \omega(t) = 0.5 \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi(t-t_1)}{t_2-t_1}\right) \right] \end{cases} \quad (29)$$

식 (26) 적용 전에 gating을 수행하면 초기 시간 결합이나 후기 시간 수치적 노이즈를 억제할 수 있다. 마찬가지로 입사 기준신호 $E^i(t) \rightarrow E^i(\omega)$ 에 대해, monostatic RCS는 다음과 같이 주어진다.

$$\sigma(\omega) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \left| \frac{E^s(r, \omega)}{E^i(\omega)} \right|^2 \quad (30)$$

여기서 $\hat{r}$ 는 후방산란 방향을 나타낸다.

III. Mie 해석과 CdH 해석 결과 비교

III장에서는 제안된 CdH 기반 시간 영역 RCS 해석 방법의 유효성을 검증하기 위하여 PEC 구, 유전체 구 및 코팅 구에 대한 수치 해석 결과를 제시한다. 각 결과는 Mie 급수 해석 결과와 비교하여 CdH 방법의 정확성과 시간 영역 산란 특성을 분석하였다.

우선 본 논문에서 사용한 Mie 급수를 검증하기 위하여, PEC 및 유전체구 등을 Mie 급수를 이용해 해석한 참고문헌[23]의 결과와 비교하여 그림 2(a)와 같이 동일한 결과가 얻어짐을 확인하였으며, 또한 모멘트법을 이용한 전자기 상용소프트웨어인 FEKO와 비교하여 그림 2(b)와 같이 유사한 결과가 얻어짐을 확인하였다. 그림 2(a)에서 RAM1은 $\epsilon_r = 16 \angle -20^\circ$, $\mu_r = 1$, RAM2는 $\epsilon_r = 16 \angle -20^\circ$, $\mu_r = 4 \angle -20^\circ$, Plexiglas는 $\epsilon_r = 2.59 - j0.02$, $\mu_r = 1$ 인 유전체구에 대한 RCS 특성이다. 그림 2(b)는 반지름 0.3m, $\epsilon_r = 4$, $\mu_r = 1$ 인 무손실 유전체구의 RCS 특성을 나타낸다.

본 연구에서 고려한 산란체는 반지름 a 를 갖는 구형 구조이며, 입사파는 평면파로 가정하였다. 먼저 주파수 영역에서 Mie 급수를 이용하여 산란 진폭을 계산한 후, 이를 CdH 기반 시간 영역 전파 모델과 결합하여 시간 영역 산란 전계 $E_s(t)$ 를 구성하였다. 이후 시간 영역 산란 전계에 푸리에 변환을 적용하여 주파수 영역 산란 전계 $E_s(\omega)$ 를 얻고, 이를 이용하여 모노스테틱 RCS를 계산하였다. 전체 계산 절차는 그림 3의 CdH 기반 RCS 계산 절차 흐름도에 요약하였다.

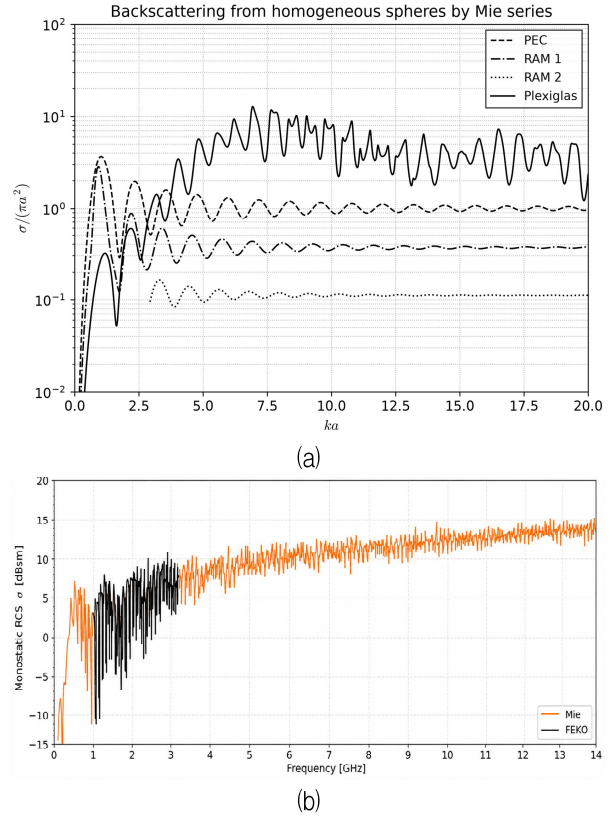


그림 2. Mie 시리즈의 검증 (a) 참고문헌[23]의 유전체구 해석결과 (b) 상용 소프트웨어와의 비교

Fig. 2. Verification of the Mie series (a) Analysis results for a dielectric sphere from reference[23] (b) Comparison with commercial software

PEC 구의 경우 Mie 급수는 가장 대표적인 정확해로 널리 사용되며, 다양한 수치 및 실험 결과의 검증 기준(Reference solution)으로 활용되어 왔다.

CdH 방법을 PEC 구에 적용하면 시간 영역 펄스 응답을 직접 계산할 수 있으므로 초광대역(UWB) 레이더 및 과도 산란 해석에 유리하다. 실제로 초광대역 임펄스 산란 응답 측정 시스템에서는 PEC 구를 기준 표적으로 사용하여 측정 시스템과 수치 해석의 정확성을 검증하였으며, 측정 결과와 수치 결과가 매우 잘 일치함이 보고되었다[24]. 본 연구에서는 먼저 입사 전계 $E_i(t)$ 를 정의하고, Mie 기반 산란 진폭과 CdH 기반 인과적 전파 연산자를 결합하여 시간 영역 산란 전계 $E_s(t)$ 를 계산하였다. 이후 푸리에 변환을 통해 주파수 영역 산란 전계 $E_s(\omega)$ 를 구하였으며, 이를 이용하여 모노스테틱 RCS를 계산하였다.

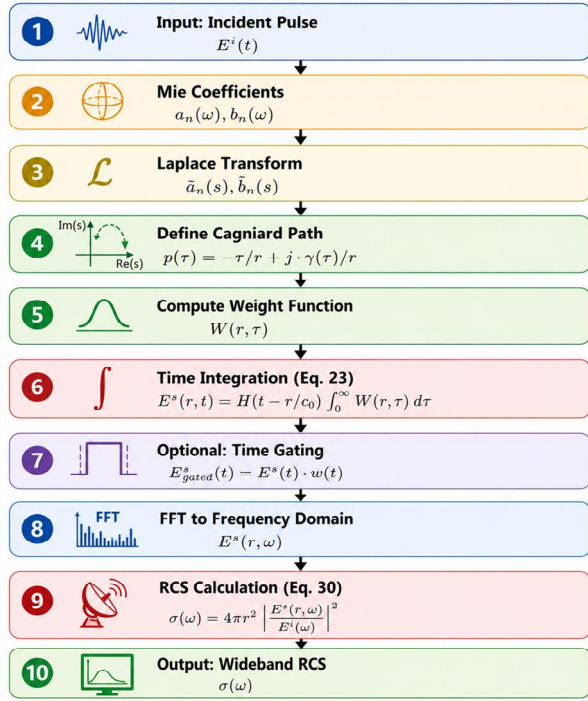


그림 3. CdH 기반 RCS 계산 절차 흐름도
Fig. 3. Flowchart of the CdH-based RCS calculation procedure

반지름 $a = 0.3[m]$ 인 PEC 구에 대해 그림 4(a)는 시간 영역에서의 입사 전계와 CdH로 얻은 산란 전계를 나타내었으며, 그림 3(b)는 주파수 영역에서 얻은 Mie 급수를 이용한 RCS, CdH로 얻은 RCS를 비교하여 나타내었다. 이때 가정한 입사전계는

$$E^i(t) = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{t-t_0}{\sigma_t}\right)^2\right]\cos[2\pi f_c(t-t_0)] \quad (31)$$

이며, $\sigma_t = 1/2\pi f_c BW$ ($BW = 0.45$), $t_0 = 6\sigma_t$,

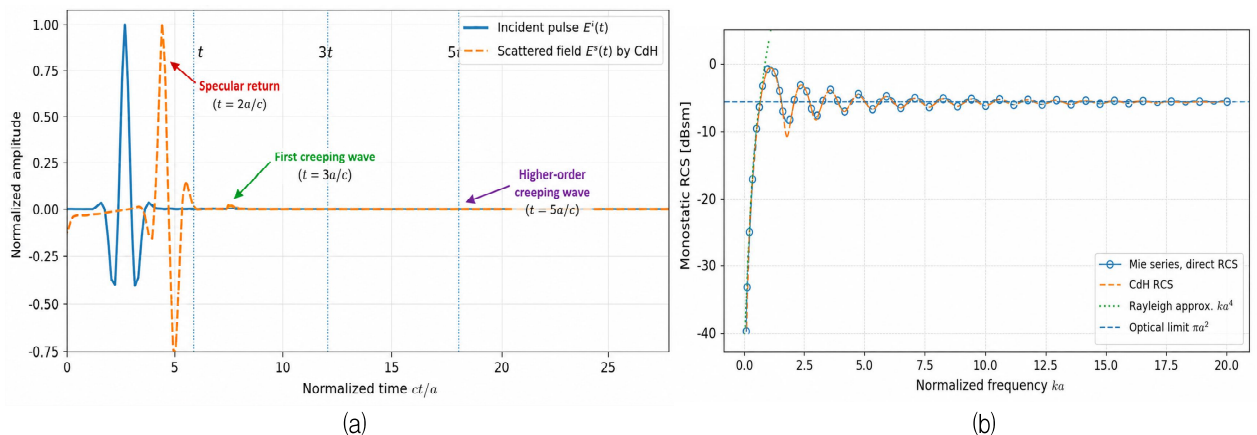


그림 4. PEC 구의 CdH 기반 해석 결과 (a) 정규화된 시간영역 산란 전계 (b) 정규화된 주파수 영역 RCS

Fig. 4. CdH-based analysis results for a PEC sphere

(a) Normalized time-domain scattered field (b) Normalized frequency-domain RCS

$f_c = 0.25f_{\max}$ 로 주어진다. 두 결과값이 잘 일치하는 것을 확인할 수 있으며, 이 값은 저주파 영역 (Rayleigh)에서는 레일레이 근사값인 $9(ka)^4$ 에 일치하고, 고주파수 영역에서는 이상적인 광학 영역의 값 πa^2 에 수렴하는 것을 확인할 수 있다. 또한, PEC 구의 시간 영역 응답은 시간에 따라 $t_s \approx 2a/c$ 로 주어지는 Specular return과 $t_c \approx \pi a/c$ 로 주어지는 Creeping wave가 나타나는데 그림 4(a)에 표시하였다.

균질 유전체 구의 경우 Mie 이론은 임의의 크기 파라미터와 유전율에 대해 정확한 해를 제공한다. 유전체 구는 내부 반사 및 공진 효과에 의해 주파수 영역에서 진동적인 RCS 특성을 나타내며, 이러한 공진 특성은 유전율 및 크기 파라미터의 함수로 결정된다[18]. CdH 기반 시간 영역 응답 계산을 적용하면 이러한 내부 공진 현상의 과도응답특성을 직접 확인할 수 있으며, 특히 펄스 레이더 신호에 대한 응답 분석에 유리하다. 또한 유전체 손실이 증가할수록 시간영역 산란 전계에서 나타나는 링잉(Ringing) 현상이 감소하는 특성을 확인할 수 있다. 초기 계산에서는 FFT 변환 과정에서 일부 주파수 영역 응답에 비물리적인 첨예한 peak 및 null이 관측되었다. 이는 시간 창이 유한 길이, FFT leakage 및 Gibbs 현상에 의해 발생한 수치적 artifact로 판단하였다. 이를 완화하기 위하여 시간 영역 응답에 Hanning window를 적용하였으며, FFT 수행 전 zero-padding을 추가하여 주파수 분해능을 향상시켰다. 수정된 결과에서는 비물리적 진동 성분이 크게 감소하였으며, Mie 급수 결과와 더욱 일관된 공진 특성을 얻을 수 있었다.

큰 유전체 구의 경우 로그 미분 및 Riccati - Bessel 함수 비율을 이용한 안정적인 산란 계수 계산 방법이 제안되었으며[25], 이를 통해 대형 유전체 산란체의 RCS 특성을 효율적으로 분석할 수 있다. 반지름 $a = 0.3[m]$, 비유전율 4, 비투과율 1인 유전체구에 입사전계를 식 (32)로 동일하게 가정하고, 그림 5(a)에 시간영역에서의 입사전계와 Mie 급수와 CdH로 얻은 산란전계를 나타내었으며, 그림 5(b)에 주파수 영역에서 얻은 Mie 급수와 CdH로 얻은 RCS를 비교하여 두 결과값이 잘 일치하는 것을

확인하였다.

코팅된 구(Coated sphere)는 RCS 감소 기술 연구에서 중요한 역할을 한다. Mie 급수 방법은 다층 구 구조에 대한 산란 계수를 재귀적으로 계산할 수 있으며[21], 이를 이용하여 유전체 코팅이 산란 특성에 미치는 영향을 정확하게 분석할 수 있다. 특히 손실성 유전체 또는 자기 손실이 존재하는 코팅층은 특정 주파수 대역에서 산란 에너지를 감소시키는 효과를 나타낸다[19].

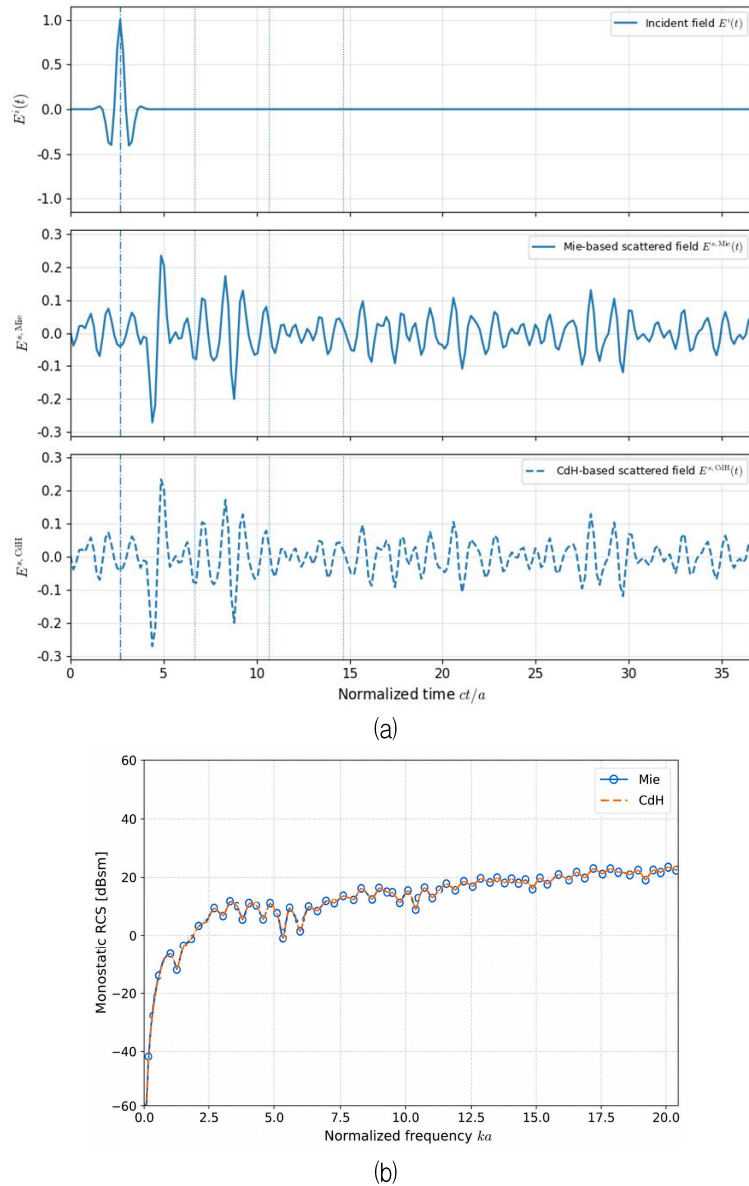


그림 5. 손실 유전체 구($\epsilon_r = 4.0$, $\tan\delta = 0.01$)의 CdH 기반 해석 결과

(a) 시간영역 응답 (b) 공진 피크를 포함한 주파수 영역 RCS 비교

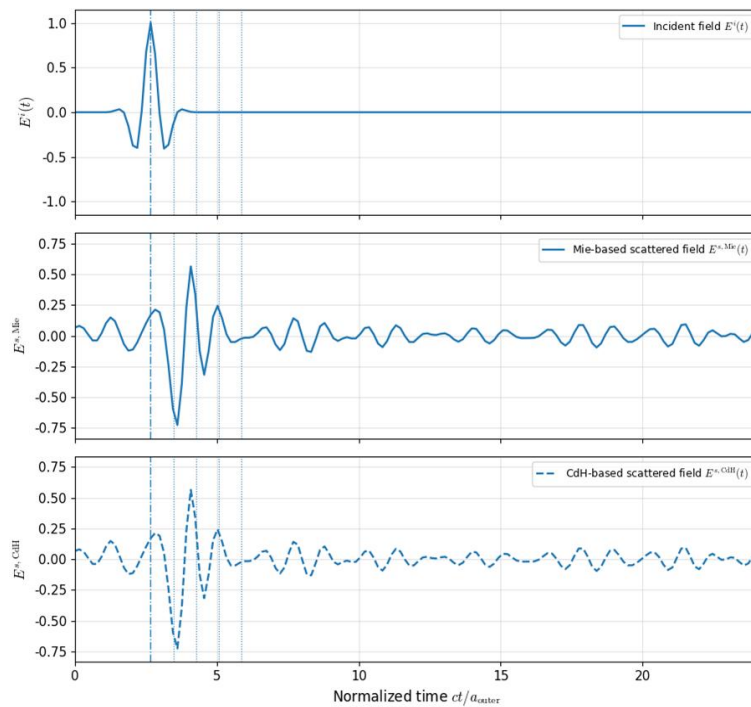
Fig. 5. CdH-based analysis results for a lossy dielectric sphere ($\epsilon_r = 4.0$, $\tan\delta = 0.01$)

(a) Time-domain response (b) Frequency-domain RCS comparison including resonance peaks

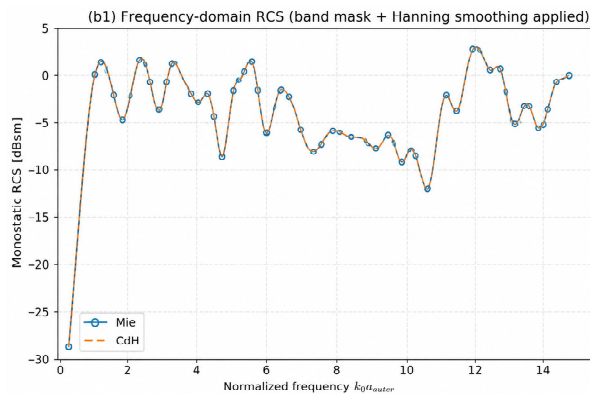
전자기 펄스 산란 연구에서는 유전체 층으로 코팅된 PEC 구의 모노스태틱 RCS를 분석하였으며, 코팅에 의해 특정 주파수 대역에서 RCS 감소가 가능함이 보고되었다[19]. 그러나 저주파 영역에서는 코팅 구조에 의해 새로운 공진 특성이 형성되어 RCS의 피크 및 딥이 더욱 두드러지게 나타날 수 있음도 알려져 있다[19]. CdH 방법을 코팅 구에 적용하면 각 코팅층 내부에서 발생하는 전자기파의 전파, 반사 및 다중 산란 과정을 시간영역에서 직접 추적할 수 있다. 따라서 다층 구조 내부의 파동 상

호작용 메커니즘을 보다 직관적으로 이해할 수 있으며, 이는 최적 코팅 설계 및 광대역 RCS 감소 메커니즘 분석에 유용한 정보를 제공한다.

그림 6에 구도체 반지름 $0.24[m]$, 비유전율 4, 비투자율 1인 유전체 코팅층의 두께가 $0.06[m]$ 인 코팅 구에 대한 시간영역특성과 주파수영역 RCS를 비교하였다. 코팅 구의 경우 PEC 코어와 유전체 셸 경계에서의 다중 반사 및 공진 효과에 의해 산란 특성이 더욱 복잡하게 나타났으나, CdH 기반 계산 결과는 Mie 급수 해석 결과와 전반적으로 잘 일치하였다.



(a)



(b)

그림 6. 코팅 구(PEC 코어 + 유전체 셸)의 주파수 영역 RCS 비교 (a) 시간영역 다중 반사 응답 (b) 주파수 영역 RCS 비교

Fig. 6. Frequency-domain RCS comparison for a coated sphere (a) Time-domain multiple reflection response (b) Frequency-domain RCS comparison

이러한 결과는 제안된 CdH 기반 시간영역 RCS 해석 방법이 PEC 구조뿐만 아니라 유전체 및 다층 코팅 구조에도 효과적으로 적용 가능함을 보여준다. 본 연구에서는 CdH 결과와 Mie 급수 결과의 정량적 일치도를 평가하기 위하여 다음과 같은 상대 RMS 오차(Relative root mean square error)를 계산하였다.

$$\epsilon_S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\sigma_{CdH}(f_i) - \sigma_{Mie}(f_i))^2}{\sum_{i=1}^N \sigma_{Mie}^2(f_i)}} \times 100\% \quad (32)$$

계산 결과 PEC 구의 경우 RMS 오차는 약 1.2%, 유전체 구는 2.7%, 코팅 구는 3.4% 이하로 나타났으며, 이는 CdH 기반 시간영역 해석이 Mie 급수 기반 주파수영역 해석과 매우 우수한 일치성을 보임을 의미한다.

CdH 방법은 시간영역에서 직접 광대역 과도 응답을 계산할 수 있으므로, 초광대역 레이더, 시간영역 산란 해석 및 과도 전자기 문제에 유용하게 활용될 수 있다. 마지막으로, Mie 급수 방법은 주파수당 하나의 계산만 수행하면 되지만 광대역 응답을 얻기 위해서는 다수의 주파수 샘플링이 필요하며, 이후 역 푸리에 변환 과정이 요구된다. 반면 CdH 방법은 시간영역에서 직접 과도 응답을 계산할 수 있어 광대역 분석에 유리하다. 그러나 CdH 방법은 경로변형(Contour deformation), 브랜치컷(Branch cut) 처리 및 특이점 해석 등을 포함하므로 구현이 상대적으로 복잡할 수 있다. 또한 시간영역 적분방정식 기반 해석에서는 수치 적분 정확도가 안정성에 중요한 영향을 미치며, 적응형 적분 기법과 안정적인 커널 계산이 필요하다[26].

IV. 결 론

본 논문에서는 Cagniard-de Hoop 방법을 이용한 구형 표적의 RCS 해석에 대해 고찰하고, 이를 고전적인 Mie 급수 방법과 비교하였다. Mie 급수는 주파수 영역에서 정밀한 정상상태 해를 제공하며, PEC 구, 유전체 구, 코팅된 구 등 다양한 구형 표적의 RCS를 계산하는 데 널리 사용되어 왔다. 그러

나 광대역 시간영역 분석을 위해서는 많은 주파수 포인트에서의 계산과 역변환이 필요하다. CdH 방법은 시간영역에서 직접 과도 응답을 제공하는 효과적인 해석기법으로, 초기에는 다층구조 매질 내 파동 전파 해석에 주로 사용되었으나, 최근 전자기 산란 분야로 그 적용 범위가 확장되었다. CdH 방법은 복잡한 역 라플라스 변환을 회피하고, 전자기 상호성 정리와 결합하여 시간영역 적분방정식을 효율적으로 해결할 수 있는 CdH 방법은 향후 CdH-MoM과 같은 시간영역 적분방정식 기법으로 확장될 수 있다. 이 방법은 펄스 레이더 시스템의 분석, 광대역 RCS 특성 연구, 과도 산란 현상의 물리적 이해에 특히 유용하다. PEC 구, 유전체 구, 코팅된 구에 대한 두 방법의 비교 분석을 통해, 각 방법의 장단점을 확인할 수 있었다. Mie 급수는 단일 주파수 분석에서 계산이 간단하고 잘 검증된 방법이지만, CdH 방법은 시간영역 응답을 직접 제공하여 광대역 분석에 효율적이며, 물리적 현상의 시간영역 응답을 관찰할 수 있는 장점이 있다. 코팅된 구의 경우, CdH 방법은 각 층에서의 파동 상호작용을 시간영역에서 추적하여 RCS 감소 메커니즘에 대한 직관적 이해를 제공한다. 그러나, CdH 방법은 구형과 같은 정형 구조에서는 해석적 전개가 가능하여 높은 정확도를 제공하지만, 임의의 형상으로 확장할 경우 복잡한 경계조건의 처리가 어렵다. 또한 비분리(Non-separable) 형상에서는 해석적 모드 전개가 불가능하므로 특히 Green 함수의 안정적인 계산, Cagniard 적분경로에서의 branch point 처리 및 다중 산란·회절 성분의 분리가 추가적으로 요구된다. 따라서 향후에는 CdH 방법을 MoM 또는 FEM과 결합한 하이브리드 정식화가 임의의 형상 해석을 위한 핵심 연구 방향이 될 것으로 판단된다.

향후 연구에서는 CdH 방법을 더 복잡한 형상의 표적으로 확장하고, 수치적 구현의 안정성과 정확도를 개선하는 방법을 개발해야 할 것이다. 또한 Mie 급수와 CdH 방법을 결합한 하이브리드 접근법을 개발하여 각 방법의 장점을 활용하는 것도 유망한 연구 방향이 될 수 있다. 광대역 레이더 시스템, 펄스 전자기파 산란, 시간 반전 기법 등의 응용 분야에서 CdH 방법의 활용이 더욱 확대될 것으로 기대된다. 본 연구는 CdH 방법의 구형 표적 RCS 해석 적용

가능성을 이론적으로 고찰하고, Mie 급수와의 계산 결과 비교를 통해 각 방법의 특성을 분석하였다. 향후 실제 구현에서의 수치 안정성 검토, 다양한 구형 표적에 대한 정밀 수치 실험, 그리고 측정 데이터를 통한 실험적 검증이 필요할 것으로 사료된다. 나아가 제안된 CdH 시간영역 정식화는 향후 CdH-MoM과의 결합을 통해 복잡한 임의 형상 표적뿐만 아니라 분산성 매질 및 메타표면 기반 스텔스 구조의 광대역 과도 산란 해석으로 확장 적용될 수 있을 것으로 기대된다.

References

- [1] M. I. Skolnik, *Introduction to Radar Systems*, 3rd ed., McGraw-Hill, New York, USA, 2001.
- [2] C. Uluisik, G. Çakır, M. Çakır, and L. Sevgi, "Radar Cross Section (RCS) Modeling and Simulation, Part 1: A Tutorial Review of Definitions, Strategies, and Canonical Examples", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 50, No. 1, pp. 115-126, Feb. 2008. <https://doi.org/10.1109/MAP.2008.4494511>.
- [3] P. Ya. Ufimtsev, "Comments on Diffraction Principles and Limitations of RCS Reduction Techniques", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 84, No. 12, pp. 1830-1851, Dec. 1996. <https://doi.org/10.1109/5.546440>.
- [4] S. M. Rao, D. R. Wilton, and A. W. Glisson, "Electromagnetic Scattering by Surfaces of Arbitrary Shape", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 30, No. 3, pp. 409-418, May 1982. <https://doi.org/10.1109/TAP.1982.1142818>.
- [5] A. Taflove and K. Umashankar, "The Finite-Difference Time-Domain (FD-TD) Method for Electromagnetic Scattering and Interaction Problems", *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 1, No. 3, pp. 243-267, Jan. 1987. <https://doi.org/10.1163/156939387X00045>.
- [6] D. Bouché, F. Molinet, and R. Mittra, "Asymptotic and Hybrid Techniques for Electromagnetic Scattering", *Proceedings of the IEEE*, Vol. 81, No. 12, pp. 1658-1684, Dec. 1993. <https://doi.org/10.1109/5.248956>.
- [7] A. T. de Hoop, "A modification of Cagniard's method for solving seismic pulse problems", *Applied Scientific Research, Section B*, Vol. 8, No. 1, pp. 349-356, Dec. 1960. <https://doi.org/10.1007/BF02920068>.
- [8] N. Bleistein and J. K. Cohen, "The Cagniard Method in Complex Time Revisited", *Geophysical Prospecting*, Vol. 40, No. 6, pp. 619-649, Aug. 1992. <https://doi.org/10.1111/j.1365-2478.1992.tb00545.x>.
- [9] M. Štumpf, A. T. de Hoop, and G. A. E. Vandenbosch, "Generalized Ray Theory for Time-Domain Electromagnetic Fields in Horizontally Layered Media", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 61, No. 5, pp. 2676-2687, May 2013. <https://doi.org/10.1109/TAP.2013.2242835>.
- [10] M. Štumpf, *Time-Domain Electromagnetic Reciprocity in Antenna Modeling*, IEEE Press/Wiley, Hoboken, NJ, USA, 2019.
- [11] G. C. Hsiao, T. S'anchez-Vizuet, and W. L. Wendland, "Boundary-field formulation for transient electromagnetic scattering by dielectric scatterers and coated conductors", *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, Vol. 57, No. 2, pp. 1502-1525, Apr. 2025. <https://doi.org/10.1137/24M1667610>.
- [12] M. Štumpf, "Pulsed electromagnetic field transmission through a small rectangular aperture: A solution based on the Cagniard-DeHoop method of moments", *Algorithms*, Vol. 15, No. 6, Art. no. 216, Jun. 2022. <https://doi.org/10.3390/a15060216>.
- [13] M. Štumpf, G. Antonini, and J. Ekman, "Pulsed electromagnetic excitation of a thin wire—An approximate numerical model based on the Cagniard-DeHoop method of moments", *IEEE Antennas Wireless Propag. Lett.*, Vol. 23, No. 2, pp. 523-527, Feb. 2024. <https://doi.org/10.1109/LAWP.2023.3329035>.
- [14] S. B. Sayed, R. Chen, H. A. Ülkü, and H.

- Bağcı, "A time-domain volume integral equation solver to analyze electromagnetic scattering from nonlinear dielectric objects", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 71, No. 12, pp. 9255-9267, Dec. 2023. <https://doi.org/10.1109/TAP.2023.3245301>.
- [15] K. Schab, B. Shirley, and K. C. Kerby-Patel, "Scattering properties of spherical time-varying conductive shells", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 70, No. 8, pp. 7011-7023, Aug. 2022. <https://doi.org/10.1109/TAP.2022.3177423>.
- [16] J. Li and B. Shanker, "Time-dependent Debye-Mie series solutions for electromagnetic scattering", *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Vol. 63, No. 8, pp. 3644-3653, Aug. 2015. <https://doi.org/10.1109/TAP.2015.2439294>.
- [17] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, Wiley-Interscience, New York, USA, 1983.
- [18] D. Tzarouchis and A. Sihvola, "Light Scattering by a Dielectric Sphere: Perspectives on the Mie Resonances", *Applied Sciences*, Vol. 8, No. 2, Art. no. 184, Jan. 018. <https://doi.org/10.3390/app8020184>.
- [19] H. C. Strifors and G. C. Gaunard, "Scattering of Electromagnetic Pulses by Simple-Shaped Targets with Radar Cross Section Modified by a Dielectric Coating", *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol. 46, No. 9, pp. 1252-1262, Sep. 1998. <https://doi.org/10.1109/8.719967>.
- [20] A. L. Aden and M. Kerker, "Scattering of Electromagnetic Waves from Two Concentric Spheres", *Journal of Applied Physics*, Vol. 22, No. 10, pp. 1242-1246, Oct. 1951. <https://doi.org/10.1063/1.1699834>.
- [21] R. A. Shore, "Scattering of an Electromagnetic Linearly Polarized Plane Wave by a Multilayered Sphere: Obtaining a Computational Form of Mie Coefficients for the Scattered Field", *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 57, No. 6, pp. 69-116, Dec. 2015. <https://doi.org/10.1109/MAP.2015.2453885>.
- [22] J. T. Kelley, C. Courtney, D. A. Chamulak, and A. Yilmaz, "A Monte Carlo Analysis of the Impact of Material Parameter Uncertainty on RCS Predictions", *Proc. 2021 International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA)*, Honolulu, HI, USA, pp. 1-6, Aug. 2021. <https://doi.org/10.1109/ICEAA52647.2021.9539830>.
- [23] A. V. Osipov and S. A. Tretyakov, *Chapter 7 Spheres in Modern Electromagnetic Scattering Theory with Applications*, Wiley, 2017.
- [24] M. Jun-jie, "Measurement in Time Domain for Ultra-wideband Electromagnetic Scattering Signals", *Journal of Microwaves*, Vol. 24, No. 4, pp. 37-41, Mar. 2008.
- [25] Z. S. Wu, Q. C. Shang, and Z. J. Li, "Calculation of Electromagnetic Scattering by a Large Chiral Sphere", *Applied Optics*, Vol. 51, No. 27, pp. 6661-6668, Sep. 2012. <https://doi.org/10.1364/AO.51.006661>.
- [26] J. Li, "Integral Accuracy and the Stability of Time Domain Integral Equations for Electromagnetic Scattering", Ph.D. Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL, USA, 2018.

저자소개

홍익표 (Ic-Pyo Hong)



1994년 2월 : 연세대학교
전자공학과(공학사)
1996년 2월 : 연세대학교
전자공학과(공학석사)
2000년 2월 : 연세대학교
전기컴퓨터공학과(공학박사)
2000년 3월 ~ 2003년 2월 :

삼성전자 무선사업부 책임연구원

2006년 2월 ~ 2007년 2월 : Texas A & M University,
Visiting Scholar

2012년 2월 ~ 2013년 2월 : Syracuse University, Visiting
Scholar

2003년 3월 ~ 현재 : 국립공주대학교

스마트정보기술공학과 교수

관심분야 : 전자기 수치해석, 주파수 선택구조