

슬리더링크 퍼즐에 관한 루프 압축 알고리즘

이 상 운*

A Loop Compression Algorithm for Slitherlink Puzzle

Sang-Un, Lee*

요 약

행과 열이 $m \times n$ 인 k 개 셀 보드 판에 주어진 단서 숫자 개수 c 개($c < k$)의 주위에 단서 숫자 만큼의 선을 그어 하나의 루프를 형성하는 퍼즐을 슬리더링크 퍼즐(SLP)이라 한다. SLP는 지수시간이 필요한 NP-완전 문제로 다항시간의 정확한 해를 찾는 방법이 알려져 있지 않다. 본 논문은 $O(c)$ 수행 복잡도로 정확한 해를 구하는 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 초기치로 최외곽 점들을 연결한 최대 크기의 사각형 루프를 형성하였다. 루프에 인접한 단서 셀들에 대해 이 주위에 해당 숫자의 선이 그어지도록 루프를 내부로 점진적으로 압축하는 방법을 적용하였다. 제안된 알고리즘을 18개 벤치마킹 실험 데이터에 적용한 결과 모든 문제에 대해 퍼즐을 빠르고 정확하게 풀 수 있음을 보였다.

Abstract

A puzzle that forms a loop by drawing as many lines as the number of clues as c ($c < k$) around a given number of cues on a board of k cells with rows and columns $m \times n$ is called a Slitherlink Puzzle (SLP). SLP is an NP-complete problem that requires exponential time, and it is not known how to find the exact solution of polynomial time. This paper proposed an algorithm to obtain an accurate solution with the complexity of performing $O(c)$. The proposed algorithm formed a maximum-sized rectangular loop connecting the outermost dots at the initial value. For clue cells adjacent to the loop, a method of gradually compressing the loop inward so that a line of the corresponding number is drawn around it was applied. Applying the proposed algorithm to 18 benchmarking experimental data showed that puzzles can be solved in polynomial time for all problems.

Keywords

slitherlink puzzle, loop, compression, unique line, empty line

* 강원대학교 AI콘텐츠공학과 교수
- ORCID: <https://orcid.org/0009-0007-4264-4647>

• Received: Dec. 10, 2025, Revised: Mar. 10, 2026, Accepted: Mar. 13, 2026
• Corresponding Author: Sang-Un, Lee
Dept. of AI Content Eng., Kangwon National University, Korea
Tel.: +82-33-760-8688, E-mail: sulee@kangwon.ac.kr

1. 서 론

슬리더링크(Slitherlink)는 일본의 퍼즐회사 니코리(Nikoli)에서 개발한 퍼즐로, 점들(Dots)로 이루어진 주어진 격자에서 단서(실마리, c) 숫자 주위에 해당 숫자의 선을 행 또는 열로 그어 하나의 루프를 형성하는 퍼즐이다[1][2]. SLP 규칙은 매우 간단한 반면에, 정확한 해를 다항시간으로 구하는 방법은 알려져 있지 않은 NP-완전(NP-complete)으로 분류된 난제이다[3]-[6]. 지금까지 알려진 방법은 독립된 단서 숫자들 전체와 단서들이 모여 있는 일부 경우에만 단서 숫자들 주위에 선을 긋는 규칙들을 제시하였을 뿐이며, 모든 경우 수를 고려하지는 못하고 있다[2]. 이러한 규칙들을 적용할 경우 가장 큰 문제점은 하나의 루프를 형성하기가 너무 어렵다는 점이다. 따라서 본 논문에서는 최외곽의 루프를 형성하고, 이 루프를 파괴하지 않으면서 단서들(c) 각각에 대해 선의 수 l 이 $l > c$ 인 경우 초과하는 선을 삭제하며, $l < c$ 인 부족한 경우 추가 선을 그으면서 루프를 내부로 압축하여 최종적으로 모든 단서들이 $c = l$ 를 갖는 하나의 루프를 형성하는 방법을 제안한다.

본 논문은 SLP의 정확한 해를 $O(c)$ 의 선형시간으로 찾는 규칙을 가진 알고리즘을 제안한다. 2장에서는 SLP 사례 데이터를 통해 개념을 고찰해 본다. 3장에서는 SLP를 $O(c)$ 의 선형시간으로 풀 수 있는 루프 압축 알고리즘을 제안한다. 4장에서는 벤치마킹 실험 데이터를 대상으로 제안된 알고리즘의 적합성을 검증한다.

II. 관련 연구와 연구 배경

슬리더링크 퍼즐의 규칙은 다음과 같다[1].

(규칙 1) 행 또는 열의 선으로 인접한 점들을 연결하여 하나의 루프(폐회로)를 형성한다.

(규칙 2) 셀에 주어진 단서(실마리) 숫자 $[1,4]$ 는 주위에 해당 숫자의 선이 그어짐을 의미하며, 공란 셀은 임의의 선을 그을 수 있다. 단, '0'는 주위에 선이 없음을 의미한다.

(규칙 3) 루프는 자체적으로 절대로 엇갈릴(교차

할) 수 없고 갈라질 수도 없다. 즉, 단일 루프를 형성해야만 한다.

그림 1의 SLP-1[2] 예제 문제를 대상으로 슬리더링크 퍼즐을 고찰해 보자. 좌측은 주어진 문제이며, 우측은 해(정답)이다. 우측 정답은 위의 3가지 규칙을 모두 만족함을 알 수 있다.

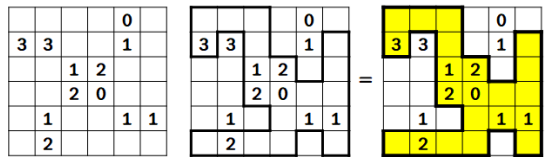


그림 1. SLP-1 슬리더링크 퍼즐
Fig. 1. Slitherlink puzzle of SLP-1

슬리더링크 퍼즐은 $m \times n$ 셀(또는 단서)을 가진 보드 판에 실마리(단서) 숫자가 c 개($c < m \times n$) 들어 있으며, 각 단서 숫자 주위의 4개 점들을 대상으로 해당 숫자만큼의 선을 그어야만 하며, 최종적으로 얻은 선들은 하나의 루프(폐회로)를 형성해야만 한다. 여기서는 편의상 점들을 표기하지 않고 사각형으로 표기하였다. 즉, 격자의 교차 지점을 점으로 생각하면 된다. 셀에 주어진 단서들은 blank, 0,1,2,3,4의 숫자를 가질 수 있으며, blank(공란)은 주위에 선을 $[0,4]$ 범위에서 임의로 그을 수 있음을, '0'은 주위에 선이 없어야 함을, $[1,4]$ 는 주위에 선의 개수가 단서 수만큼 그어야 함을 의미한다.

이와 같은 규칙을 준수하면서 하나의 루프를 형성한 것이 우측의 정답임을 알 수 있다. 이러한 퍼즐을 풀기 위해 지금까지 알려진 일부 방법들은 그림 2에 제시되어 있다[2]. 그러나 실제로는 다양한 단서들이 결합된 형태를 취하고 있어 이 방법들만을 적용하는데 한계가 있어 단지 쉽게 풀기 위한 참조하는 수준에 불과하다.

기존에 알려진 일부 규칙들을 적용하여 전수탐색법(Brute-force)이나 분기한정법(Branch-and-bound)을 적용한다면 mn 에 대해 $O(mn!)$ 수행 복잡도가 요구된다.

3장에서는 이러한 알려진 규칙들을 적용하지 않고도 $O(c)$ 의 선형시간으로 정확한 해를 구하는 알고리즘을 제시한다.

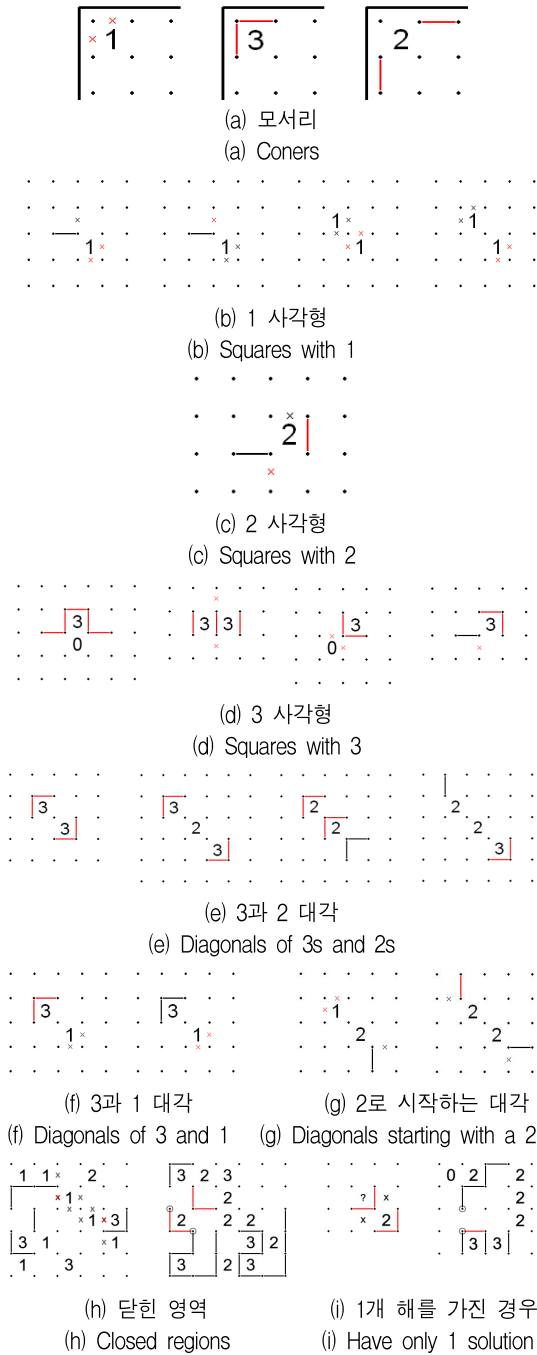


그림 2. 알려진 푸는 방법들
Fig. 2. Known solution methods

III. 루프 압축 알고리즘

슬리더링크 퍼즐의 최종 목표는 단일 루프를 형성하는 것이다. 이 목표를 충족하기 위해 사전에 최

외곽의 점들을 대상으로 행과 열의 사각형 루프를 형성한다. 다음으로 최외곽 셀(1행과 m행, 1열과 n 열)부터 그림 3의 단서 선 긋기 방법을 적용하면서 루프를 내부로 압축시킨다.

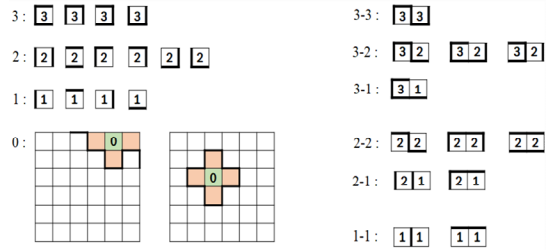


그림 3. SLP-1의 단서 선 긋기
Fig. 3. Line drawing of clue for SLP-1

제안된 알고리즘을 루프 압축 알고리즘(LCA, Loop Compression Algorithm)이라 하며, 그림 4와 같이 수행된다.

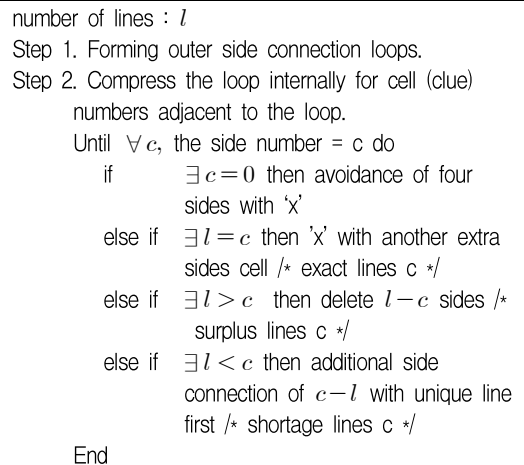


그림 4. 루프 압축 알고리즘
Fig. 4. Loop compression algorithm

제안된 LCA를 그림 1의 SLP-1에 적용한 결과는 그림 5에 제시하였다.

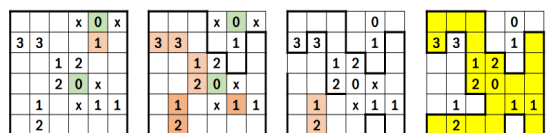


그림 5. SLP-1에 관한 LCA
Fig. 5. LCA for SLP-1

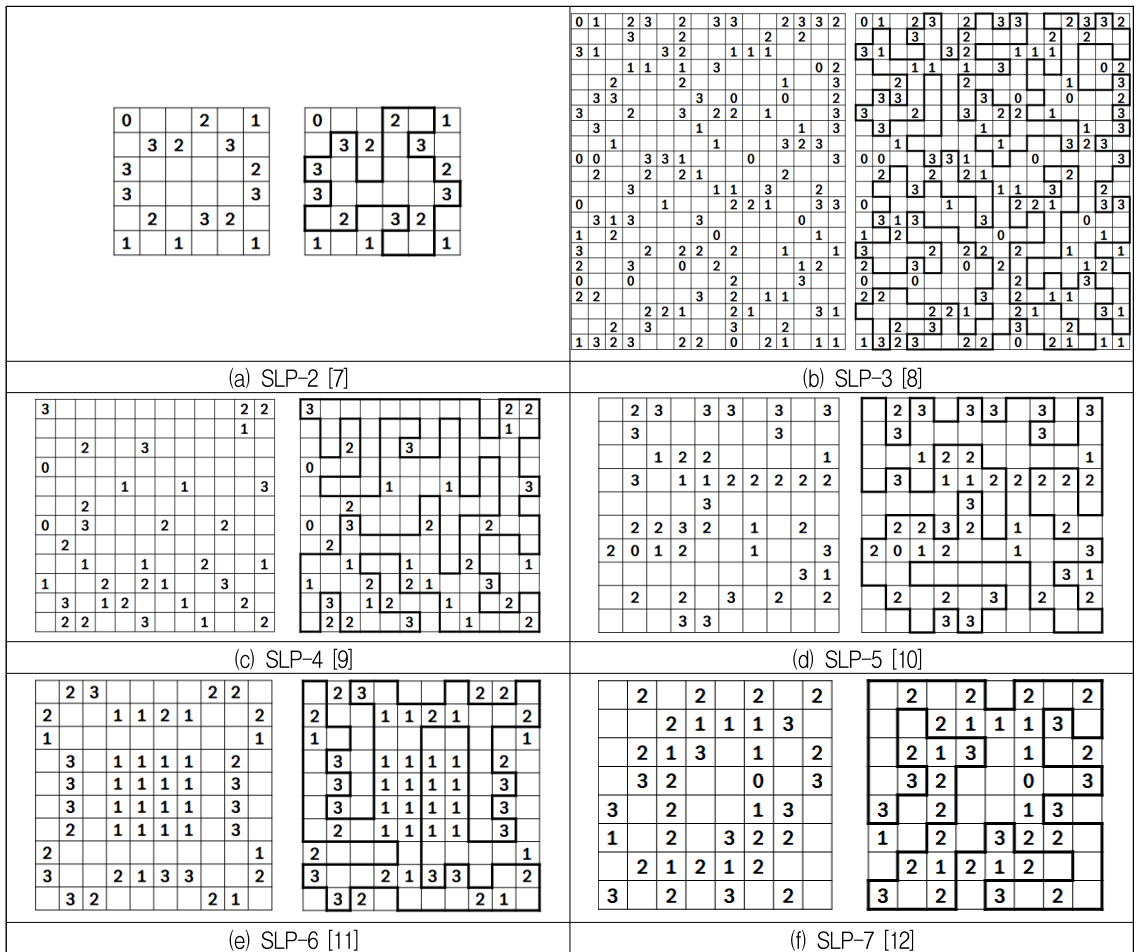
사전에 6×6 셀 최외곽 점들을 잇는 최대 크기의 사각형 루프를 작도한다. 첫 번째로 '0'에 인접한 셀에 'x'를 표기(Empty line)하여 경계선을 긋지 못하도록 하고 루프를 단서 숫자 근방까지 내부로 압축시킨다. 두 번째로 인접한 2개 단서들을 거치는 선으로 내부로 루프를 압축한다. 이 때 동일한 숫자의 단서들 간에는 겹칠 수 없으므로 겹치는 셀에는 'x'를 표기한다. 루프를 내부로 압축하는 방법은 여러 갈래의 선택지가 있는 단서와 유일한 방향의 선(Unique line)을 갖는 단서가 존재할 경우 유일한 단서를 우선하여 루프를 압축하는 방법을 적용하였다. 각 과정에서 선 개수를 충족한 단서의 잉여 셀에는 'x'를 표기한다. 또한 선을 그을 수 있는 유일한 선이 존재하는 단서를 우선하여 이 부분으로 루프의 선을 긋는다. 이와 같은 방법으로 루프를 점진

적으로 압축하여 내부의 모든 단서들의 선 개수를 충족하는 최종적인 루프로 압축시켜 퍼즐을 $O(c)$ 의 선형시간으로 풀 수 있다. 제안된 알고리즘의 가장 큰 특징은 슬라이더 링크의 최종 목표인 단일 루프를 초기에 $m \times n$ 크기의 최외곽 점들 크기로 설정한 후, 내부 단서들 주변으로 루프를 압축하는 과정에서 절단(단락)시키지 않는다는 점에서 항상 해를 보장할 수 있다고 할 수 있다.

IV. 알고리즘 적용성 평가

본 장에서는 그림 6의 실험 데이터들을 대상으로 제안된 LCA를 적용하여 본다.

그림 6의 실험 데이터들을 대상으로 제안된 LCA를 적용한 결과는 그림 7에 제시하였다.



<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table>	2	2	2	2				0	1	3	0	1	1	3					2		2	2	2	3		0	2							3		1		3	3	1				2	3			2	2	1					3	3						1		0							1	3			3	0	1					3	1			2	2	3			3		2							1	0	2	1		3				2			2	2	3	2	3	2	2	1			3	2	2	2	2	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> </table>	2	2	2	2				0	1	3	0	1	1	3					2		2	2	2	3		0	2							3		1		3	3	1				2	3			2	2	1					3	3						1		0							1	3			3	0	1					3	1			2	2	3			3		2							1	0	2	1		3				2			2	2	3	2	3	2	2	1			3	2	2	2	2	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>	3	2	2	0		1	2	3	2				1				3		3					1	3		2						2			1		1	3	3	0	1	2	2	1	3	1	0			2	2	3		3	2			1			1				1	3					2	2			0	0					2	2		3				2	1	2	3	3				3	3	2	1	1	2	2	2	1	3			3		0							2	2	2	0					2						1				2	2	2	1	2	3	2	3	3	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>0</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td></td><td></td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td></td><td></td><td>0</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr> </table>	3	2	2	0		1	2	3	2				1				3		3					1	3		2						2			1		1	3	3	0	1	2	2	1	3	1	0			2	2	2	3	3	2			1			2	1			1	3					2	2			0	0					2	2		3				2	1	2	3	3				3	3	2	1	1	2	2	2	1	3			3		0							2	2	2	0					2						1				2	2	2	1	2	3	2	3	3
2	2	2	2				0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	0	1	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2		2	2	2	3		0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
						3		1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	3	3	1				2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	3						1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
0							1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		3	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	1			2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3		2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
1	0	2	1		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2			2	2	3	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	1			3	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	2	2	2				0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	0	1	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2		2	2	2	3		0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
						3		1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	3	3	1				2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	3						1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
0							1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		3	0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	1			2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3		2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
1	0	2	1		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2			2	2	3	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	1			3	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	2	2	0		1	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
			1				3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3					1	3		2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
					2			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	1	3	3	0	1	2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	1	0			2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	2			1			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
		1	3					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2			0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	2		3				2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	3	3				3	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	1	2	2	2	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3		0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
2	2	2	0					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
					1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2	2	2	1	2	3	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	2	2	0		1	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
			1				3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3					1	3		2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
					2			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
	1	3	3	0	1	2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	1	0			2	2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	2			1			2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
		1	3					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2			0	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	2		3				2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	3	3				3	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	1	2	2	2	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3		0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
2	2	2	0					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
					1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
2	2	2	1	2	3	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
(g) SLP-8 [13]	(h) SLP-9 [13]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> </table>	3	3	3	1	1	3	3	3	1	1	2	2	3	3	3				2	3	1	2	1	2	1	3			3	1	1	2		0	3	0	2				3	2		3	2	1	2	2	2		1	0	2	1	1	1	3	2	3	2	3	1		2	1		1	1	2	2	2	3		2	2	0	2	1	1	2	2	1	3	1	2	2	2	1	1	0	2												2	3	2	2	1	1	2	2	3	2	2	1	1	2	0	1	2	2	1	1	2		1	1	1	2		1	2		3	2			0		2	2	2	2	2	2	2		3	2	2	1		3	1	2	3	1	3	0	2	3	3	0	3	1	2		2	2	1	0	2	2	0	2	1	2		1	2	3	2		1	1	1	3	2	3			2	0		2	2	2	2	2	2	2		2	2	2	1	0	3	2	0	2	3		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td>1</td><td>1</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td></td><td>3</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td></td><td>0</td><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>0</td><td>2</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>0</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>1</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>0</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> </table>	3	3	3	1	1	3	3	3	1	1	2	2	3	3	3				2	3	1	2	1	2	1	3			3	1	1	2		0	3	0	2				3	2		3	2	1	2	2	2	2	1	0	2	1	1	1	3	2	3	2	3	1		2	1		1	1	2	2	2	3		2	2	0	2	1	1	2	2	1	3	1	2	2	2	1	1	0	2												2	3	2	2	1	1	2	2	3	2	2	1	1	2	0	1	2	2	1	1	2		1	1	1	2		1	2		3	2			0		2	2	2	2	2	2	2		3	2	2	1		3	1	2	3	1	3	0	2	3	3	0	3	1	2		2	2	1	0	2	2	0	2	1	2		1	2	3	2		1	1	1	3	2	3			2	0		2	2	2	2	2	2	2		2	2	2	1	0	3	2	0	2	3																																																																																																																							
3	3	3	1	1	3	3	3	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	2	3	3	3				2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	2	1	2	1	3			3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	2		0	3	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3	2		3	2	1	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	0	2	1	1	1	3	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
3	1		2	1		1	1	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	3		2	2	0	2	1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	1	3	1	2	2	2	1	1	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
2	3	2	2	1	1	2	2	3	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	1	2	0	1	2	2	1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	1	1	2		1	2		3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	0		2	2	2	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
3	2	2	1		3	1	2	3	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
0	2	3	3	0	3	1	2		2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	0	2	2	0	2	1	2		1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
3	2		1	1	1	3	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	0		2	2	2	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	2	2	1	0	3	2	0	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
3	3	3	1	1	3	3	3	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	2	3	3	3				2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	2	1	2	1	3			3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	2		0	3	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
3	2		3	2	1	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	0	2	1	1	1	3	2	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
3	1		2	1		1	1	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	3		2	2	0	2	1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	1	3	1	2	2	2	1	1	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
2	3	2	2	1	1	2	2	3	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	1	2	0	1	2	2	1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
1	1	1	2		1	2		3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
	0		2	2	2	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
3	2	2	1		3	1	2	3	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
0	2	3	3	0	3	1	2		2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
1	0	2	2	0	2	1	2		1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
3	2		1	1	1	3	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	0		2	2	2	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
2	2	2	1	0	3	2	0	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						
(i) SLP-10 [14]	(j) SLP-11 [15]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			2	2	3	3				3	1	2	2	0	2					2	2	3			2						3				3				2	2	3					3	0	2	2						3		2	3	3					<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>			2	2	3	3				3	1	2	2	0	2					2	2	3			2						3				3				2	2	3					3	0	2	2						3		2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																				
		2	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3	1	2	2	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
	2	2	3			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
			3				3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
		2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	0	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
3		2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
		2	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3	1	2	2	0	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
	2	2	3			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
			3				3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
		2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	0	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
3		2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
(k) SLP-12 [16]	(l) SLP-13 [17]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	3	3			1								1	1	2				3				1									1								2								3					2		3	1	1								3						0	1	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>0</td><td>1</td></tr> </table>	3	3			1								1	1	2				3				1									1								2								3					2		3	1	1								3						0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
3	3			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
			1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3				1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
				1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
		3					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
	3						0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	3			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
			1	1	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
3				1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
				1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																												
		3					2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
	3						0	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
(m) SLP-14 [18]	(n) SLP-15 [19]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td>3</td><td></td></tr> </table>							2	3		2	3	2			1	0	3			2	3	1	2	3	3	2		3	2	1	1	3	3	3					2	2	1					2	2	2			2				1			1	1	2	1	3		3	1									2	3	2	2	3		3		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td>3</td><td></td></tr> </table>							2	3		2	3	2			1	0	3			2	3	1	2	3	3	2		3	2	1	1	3	3	3					2	2	1					2	2	2			2				1			1	1	2	1	3		3	1									2	3	2	2	3		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																													
						2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
2	3	2			1	0	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	2	3	1	2	3	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	2	1	1	3	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
		2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	2	2			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
1			1	1	2	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
	2	3	2	2	3		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
						2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
2	3	2			1	0	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	2	3	1	2	3	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	2	1	1	3	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
		2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	2	2			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
1			1	1	2	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
	2	3	2	2	3		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
(o) SLP-16 [20]	(p) SLP-17 [21]																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>0</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td>2</td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td></td><td>3</td><td></td></tr> </table>							2	3		2	3	2			1	0	3			2	3	1	2	3	3	2		3	2	1	1	3	3	3					2	2	1					2	2	2			2				1			1	1	2	1	3		3	1									2	3	2	2	3		3		<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>0</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>0</td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td><td>1</td><td></td><td></td><td>3</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>1</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>3</td><td>3</td></tr> <tr><td>3</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td>3</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td></td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td></td><td></td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>2</td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td><td>2</td><td>3</td><td></td><td></td><td></td><td>3</td></tr> <tr><td>2</td><td>2</td><td></td><td>3</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td><td>2</td><td>1</td></tr> </table>							2	2		3	2		2	1	2	2	2	2	3	0	2	1	3		2	2	2	3	2		1	2	3	1	2	0				1			3	2		1			1	1	3	2		1	1	2		2	2	2	3	3		3	1	2	1	3	2			1	1	2	2	1	2	2	2	3	3	3	2	1	3	3					3	1	2			2	2	2		2	1	2			1	1	1	3	1	2	2		2		2	2	3	2	2		2	3				3	2	2		3	2	2	1	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																					
						2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
2	3	2			1	0	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
	2	3	1	2	3	3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	2	1	1	3	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																									
		2	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
2	2	2			2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																										
1			1	1	2	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																														
	2	3	2	2	3		3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
						2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	2		2	1	2	2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	0	2	1	3		2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	2		1	2	3	1	2	0																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
			1			3	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
1			1	1	3	2		1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	2		2	2	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
3	1	2	1	3	2			1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	2	2	1	2	2	2	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
3	2	1	3	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																											
3	1	2			2	2	2																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																								
2	1	2			1	1	1	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
1	2	2		2		2	2	3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	2		2	3				3																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																							
2	2		3	2	2	1	3	2	1																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																																						

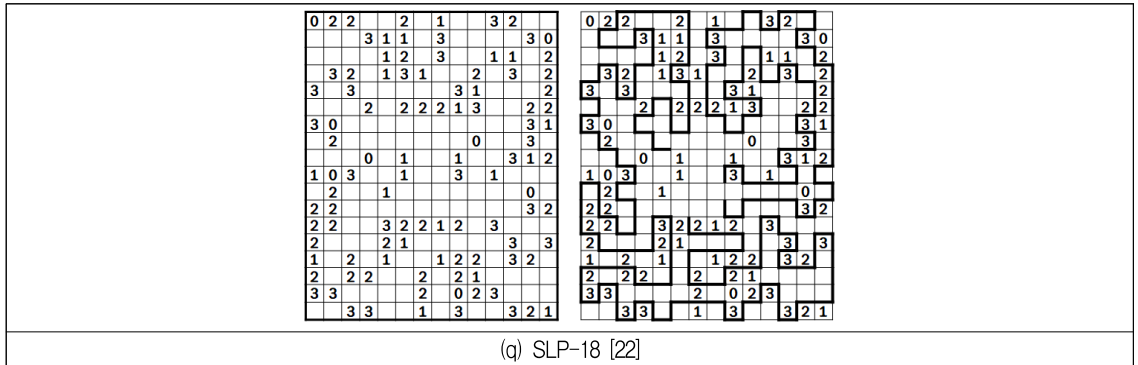
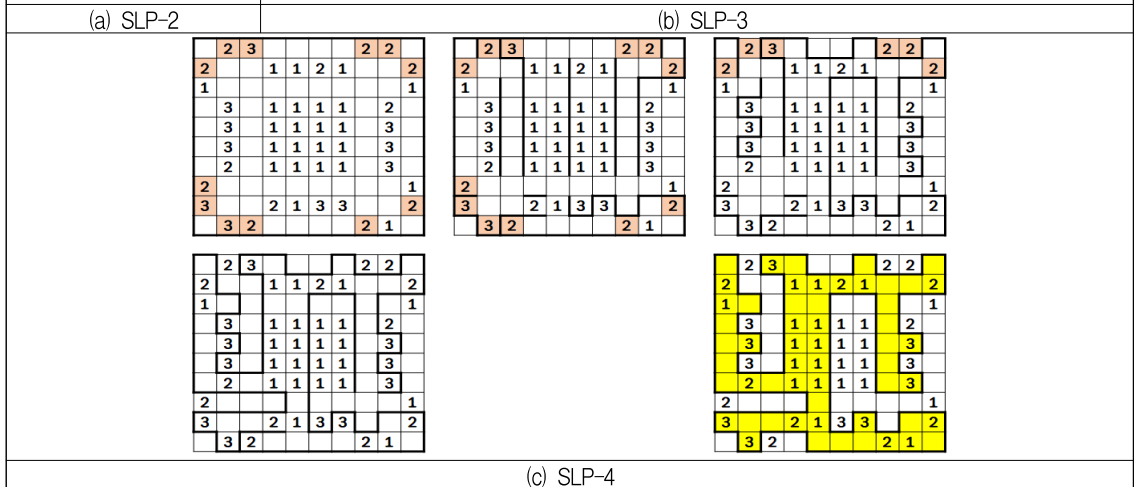
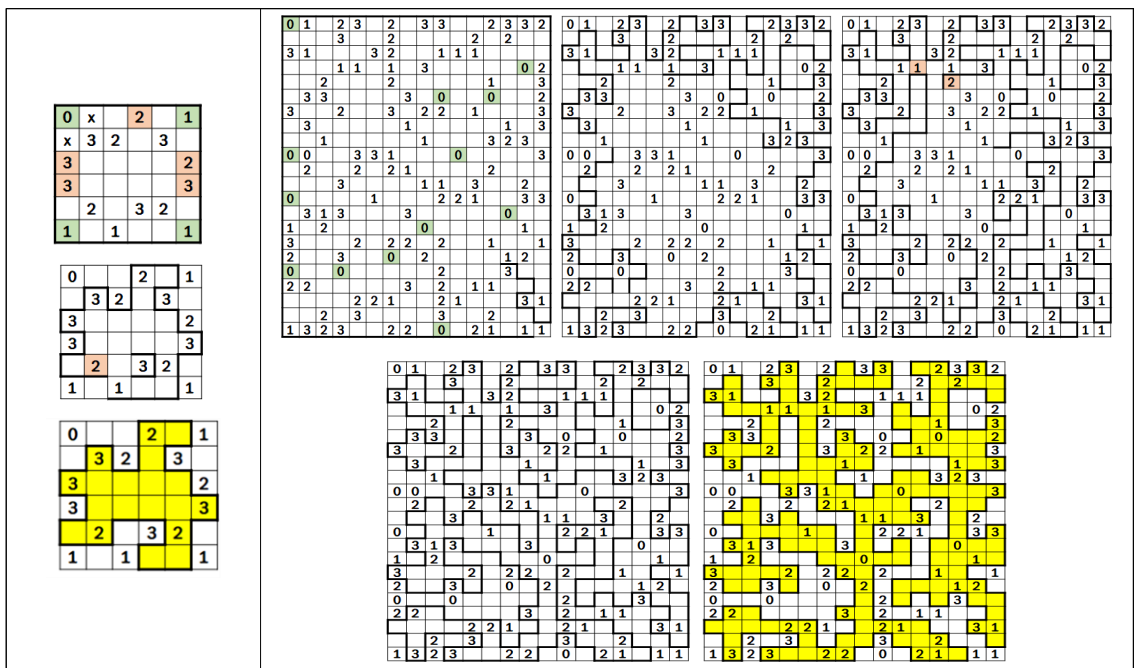
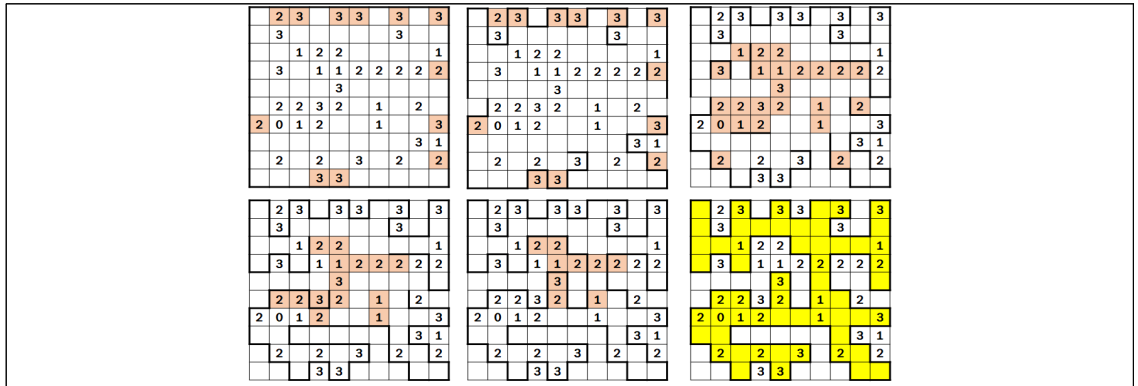
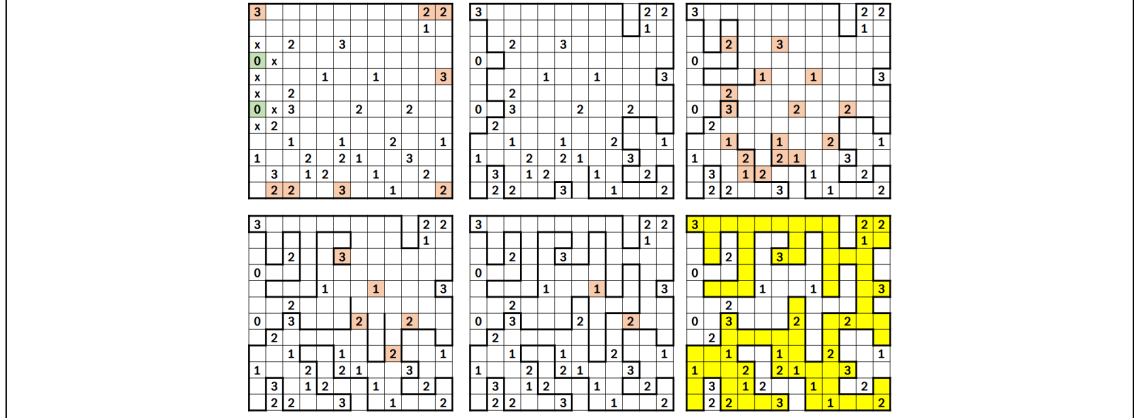


그림 6. 실험 데이터
Fig. 6. Experimental data

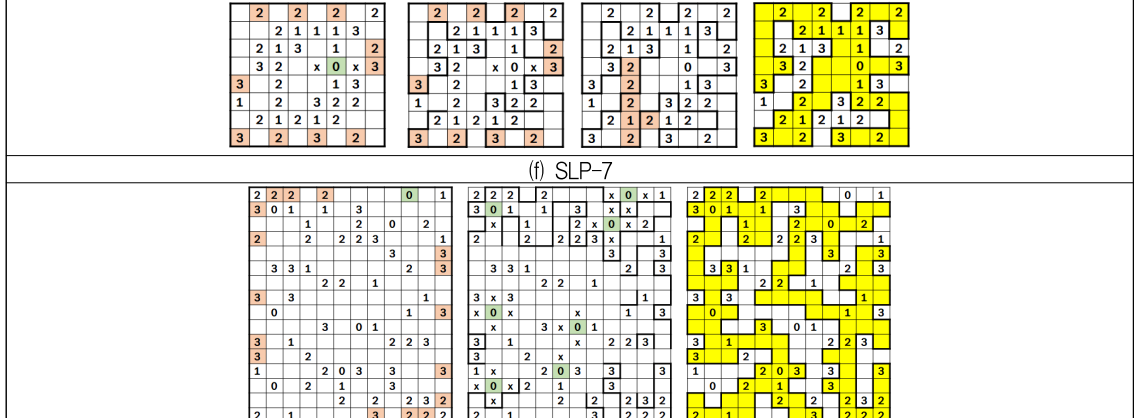




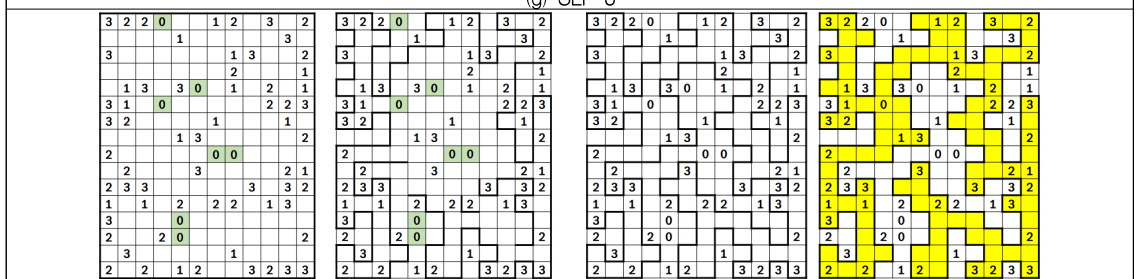
(d) SLP-5



(e) SLP-6



(f) SLP-7



(g) SLP-8

(h) SLP-9

3 3 3 1 1 3 3 3 1 1 2 1 3 3 3 3 2 3 1 2 1 2 1 3 3 1 1 2 0 3 0 2 3 2 3 2 1 2 1 2 2 2 1 0 2 1 1 1 3 2 3 2 1 3 2 2 2 1 2 2 3 1 2 1 1 1 2 2 2 3 2 2 0 2 1 1 2 2 2 1 3 1 2 2 2 1 1 0 2 2 2 3 2 2 1 1 2 2 3 2 2 2 1 1 1 2 2 0 1 2 3 2 3 2 2 1 2 2 2 3 1 3 0 2 3 3 0 3 1 2 2 2 1 0 2 0 1 2 3 2 1 1 1 3 2 3 2 0 2 2 2 2 2 2 2 1 0 3 2 0 2 3	3 3 3 1 1 3 3 3 1 1 2 1 3 3 3 2 3 1 2 1 2 1 3 3 1 1 2 0 3 0 2 3 2 3 2 1 2 1 2 2 2 1 0 2 1 1 1 3 2 3 2 1 3 2 2 2 2 1 2 2 3 1 2 1 1 1 2 2 2 3 2 2 0 2 1 1 2 2 2 1 3 1 2 2 2 1 1 0 2 2 2 3 2 2 1 1 2 2 3 2 2 2 1 1 2 2 2 0 1 2 3 2 1 1 1 2 1 2 1 2 3 2 3 2 2 1 2 2 2 3 1 3 0 2 3 3 0 3 1 2 2 2 1 0 2 0 1 2 3 2 1 1 1 3 2 3 2 0 2 2 2 2 2 2 2 1 0 3 2 0 2 3	3 3 3 1 1 3 3 3 1 1 2 1 3 3 3 2 3 1 2 1 2 1 3 3 1 1 2 0 3 0 2 3 2 3 2 1 2 1 2 2 2 1 0 2 1 1 1 3 2 3 2 1 3 2 2 2 2 1 2 2 3 1 2 1 1 1 2 2 2 3 2 2 0 2 1 1 2 2 2 1 3 1 2 2 2 1 1 0 2 2 2 3 2 2 1 1 2 2 3 2 2 2 1 1 2 2 2 0 1 2 3 2 1 1 1 2 1 2 1 2 3 2 3 2 2 1 2 2 2 3 1 3 0 2 3 3 0 3 1 2 2 2 1 0 2 0 1 2 3 2 1 1 1 3 2 3 2 0 2 2 2 2 2 2 2 1 0 3 2 0 2 3	3 3 3 1 1 3 3 3 1 1 2 1 3 3 3 2 3 1 2 1 2 1 3 3 1 1 2 0 3 0 2 3 2 3 2 1 2 1 2 2 2 1 0 2 1 1 1 3 2 3 2 1 3 2 2 2 2 1 2 2 3 1 2 1 1 1 2 2 2 3 2 2 0 2 1 1 2 2 2 1 3 1 2 2 2 1 1 0 2 2 2 3 2 2 1 1 2 2 3 2 2 2 1 1 2 2 2 0 1 2 3 2 1 1 1 2 1 2 1 2 3 2 3 2 2 1 2 2 2 3 1 3 0 2 3 3 0 3 1 2 2 2 1 0 2 0 1 2 3 2 1 1 1 3 2 3 2 0 2 2 2 2 2 2 2 1 0 3 2 0 2 3
--	---	---	---

(i) SLP-10

3 3 3 2 2 3 2 2 2 3 1 2 2 2 2 2 1 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 3 2 2 2 1 2 2 3 2 3 3 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 0 2 0 3 2 1 2 1 2 1 2 1	3 3 3 2 2 3 2 2 2 3 1 2 2 2 2 2 1 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 3 2 2 2 1 2 2 3 2 3 3 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 0 2 0 3 2 1 2 1 2 1 2 1	3 3 3 2 2 3 2 2 2 3 1 2 2 2 2 2 1 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 3 2 2 2 1 2 2 3 2 3 3 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 0 2 0 3 2 1 2 1 2 1 2 1	3 3 3 2 2 3 2 2 2 3 1 2 2 2 2 2 1 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 3 2 2 2 1 2 2 3 2 3 3 3 2 2 1 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 3 3 2 2 2 2 2 2 0 2 0 3 2 1 2 1 2 1 2 1
--	--	--	--

(j) SLP-11

2 2 3 3 3 1 2 2 0 2 2 2 3 2 3 3 2 2 3 3 0 2 2 3 2 3 3	2 2 3 3 3 1 2 2 0 2 2 2 3 2 3 3 2 2 3 3 0 2 2 3 2 3 3	2 2 3 3 3 1 2 2 0 2 2 2 3 2 3 3 2 2 3 3 0 2 2 3 2 3 3	0 1 1 3 1 2 3 2 x 0 x x x 0 3 x 0 x x x 1 3 3 3 0 3 3	0 1 1 3 1 2 3 2 x 0 x x x 0 3 x 0 x x x 1 3 3 3 0 3 3	0 1 1 3 1 2 3 2 x 0 x x x 0 3 x 0 x x x 1 3 3 3 0 3 3
---	---	---	--	--	--

(k) SLP-12

(l) SLP-13

3 3 1 1 2 3 1 1 2 3 2 3 1 1 x 3 x 0 1	3 3 1 1 2 3 1 1 2 3 2 3 1 1 3 0 1	3 3 1 1 2 3 1 1 2 3 2 3 1 1 3 0 1	3 3 1 1 2 3 1 1 2 3 2 3 1 1 3 0 1
--	--	--	--

(m) SLP-14

3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	2 3 2 1 2 3 2 3 1 2 3 3 2 3 2 1 1 3 3 3 2 2 2 1 2 1 1 1 2 1 3 3 1 2 3 2 3 3	2 3 2 1 2 3 2 3 1 2 3 3 2 3 2 1 1 3 3 3 2 2 2 1 2 1 1 1 2 1 3 3 1 2 3 2 3 3
3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	3 3 1 3 2 0 3 0 3 2 1 2 2 0 1 2 2 1 1 2 2 3 3 3	2 3 2 1 2 3 2 3 1 2 3 3 2 3 2 1 1 3 3 3 2 2 2 1 2 1 1 1 2 1 3 3 1 2 3 2 3 3	2 3 2 1 2 3 2 3 1 2 3 3 2 3 2 1 1 3 3 3 2 2 2 1 2 1 1 1 2 1 3 3 1 2 3 2 3 3

(n) SLP-15

(o) SLP-16

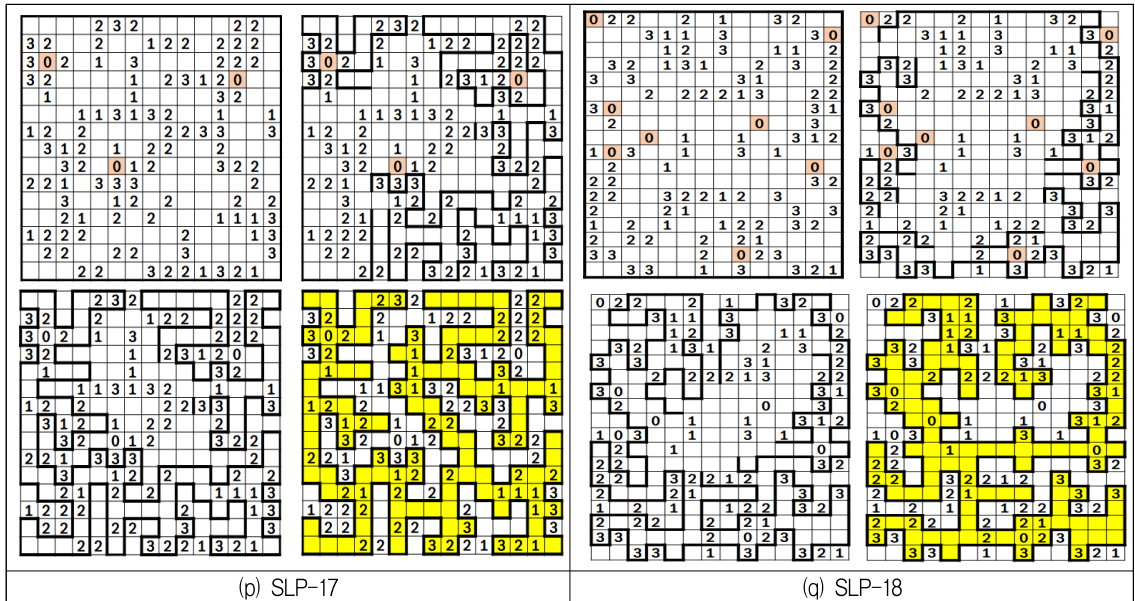


그림 7. 실험 데이터에 관한 LCA
 Fig. 7. LCA for experimental data

본 논문에서 거론된 18개 유형의 실험 데이터에 대해 LCA는 퍼즐을 $O(c)$ 의 선형시간으로 빠르고 정확하게 푸는데 성공하였다. 이 과정에서 실패 사례 규칙을 추가로 발견하지는 못하였다. 또한 분기 한정법(백트래킹)이나 메타휴리스틱 기법을 적용한 사례가 없어 이들 방법과의 정량적 성능비교가 불가능하여 이 부분은 생략한다.

슬리더 링크 퍼즐은 스도쿠나 지뢰찾기 등과 같이 앱으로 출시되지 않고 있으며, 연구가 거의 없어 다양한 유형의 벤치마킹 데이터를 얻는데 어려움이 있어, 본 논문에서는 그림 6의 18개 데이터를 벤치마킹 데이터로 한정시켰다. 추후 보다 많은 유형의 문제들이 제시되고 제안된 알고리즘의 단점이 부각된다면 본 알고리즘을 보완시킬 예정이다.

V. 결 론

본 논문에서는 NP-완전으로 지수시간이 소요되는 메타휴리스틱 기법 또는 전수탐색 법(Brute force) 이외에는 퍼즐을 풀 수 없는 슬리더링크 퍼즐을 다항시간으로 풀 수 있는 규칙을 제안하였다.

제안된 방법은 초기치로 최외곽 점들을 잇는 최대 크기의 사각형 루프를 형성하였다. 루프에 인접한 단

서 숫자들 만큼의 선이 주위에 존재하도록 루프를 점진적으로 내부로 압축시키는 방법을 적용하였다.

제안된 알고리즘을 18개 유형의 벤치마킹 데이터들에 적용한 결과 $O(c)$ 의 선형시간 복잡도로 단순하면서도 효율적으로 퍼즐을 푸는데 성공하였다.

References

- [1] Nikoli, "Slitherlink", <https://www.nikoli.co.jp/en/puzzles/slitherlink/>. [accessed: Nov. 10, 2025]
- [2] Wikipedia, "Slitherlink", <https://en.wikipedia.org/wiki/Slitherlink>. [accessed: Nov. 10, 2025]
- [3] T. Yato, "On the NP-completeness of the Slither Link Puzzle", IPSJ SIG Notes, Vol. AL-74, pp. 25-32, Jan. 2000.
- [4] J. Kölker, "Selected Slither Link Variants are NP-complete", Journal of Information Processing, Vol. 20, No. 3, pp. 709-712, Jul. 2012. <https://doi.org/10.2197/ipsjip.20.709>.
- [5] H. Tang, "A Framework for Loop and Path Puzzle Satisfiability NP-Hardness Results", arXiv:2202.02046, pp. 1-40, Feb. 2022. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2202.02046>.

[6] Y. Takauki, "Complexity and Completeness of Finding Another Solution and its Application to Puzzles", IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, Vol. E86-A, No. 5, pp. 1052-1060, May 2003.

[7] Maybe Puzzles, "Slither Link", <https://maybepuzzles.com/types/slither-link/>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[8] D. Pleacher, "Slither Link #3 - Answers", <https://www.pleacher.com/mp/puzzles/miscpuz/slit3ans.html>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[9] T. Snydermar, "Dr. Sudoku Prescribes: Slitherlink", <http://wired.com/magazine/2013/03/dr-sudoku-slitherlink>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[10] Puzzle Madness, "Daily Medium Slitherlink Puzzle", <https://puzzlemadness.co.uk/slitherlink/medium>. Sep. 2023.

[11] Motris, "Friday Puzzle #135 - Loop the Loops (DD Part 8)", <http://motris.livejournal.com/161428.html>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[12] Any Puzzle Media, "Slitherlink Logic Puzzles", <https://www.anypuzzle.com/Slitherlink>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[13] D. Pleacher, "Slither Link #5", <https://www.pleacher.com/mp/puzzles/miscpuz2/slit5ans.html>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[14] djmv01, "Answer of Slither Link Question 1(10x10)", <http://microrrelato.net/djmv01/>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[15] Bandrewk, "Creating an Interactive Grid for a Puzzle Game", Oct. 2012. <https://gamedev.stackexchange.com/questions/38106/creating-an-interactive-grid-for-a-puzzle-game>.

[16] Bing, "Slitherlink", slitherlink - Bing images. [accessed: Nov. 10, 2025]

[17] Geocaching, "Slitherlink", <https://www.geocaching.com/geocache/GC27M4Q>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[18] Cross+A, "Slitherlink", <http://www.cross-plus-a.com/pl/variation.htm>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[19] L'allenamento, "Rompicapo", <https://brainstrainers.blogspot.com/2011/04/rompicapo.html>. [accessed: Nov. 10, 2025]

[20] L. Appelbe, "How to Generate Slither Link puzzles: A Tasty Treat for Algorithm nerds", Oct. 2020. <https://liamappelbe.medium.com/how-to-generate-slither-link-puzzles-6c65510b2ba1>.

[21] Leonardrhine, "Slitherlink Puzzle", https://www.reddit.com/r/puzzles/comments/ozfyao/slitherlink_puzzle/. [accessed: Nov. 10, 2025]

[22] Conceptispuzzles, "Slitherlink: Loop the Snake (iPhone, iPad, Android)", <https://www.conceptispuzzles.com/ko/index.aspx?uri=mobile/100007>. [accessed: Nov. 10, 2025]

저자소개

이 상 운 (Sang-Un Lee)



1987년 2월 : 한국항공대학교

항공전자공학과(학사)

1997년 8월 : 경상대학교

컴퓨터과학과(석사)

2001년 2월 : 경상대학교

컴퓨터과학과(박사)

2003년 3월 : 강원도립대학

컴퓨터응용과 전임강사

2004년 3월~ 2007년 2월 : 국립 원주대학 여성교양과
조교수

2007년 3월 ~ 2015년 3월 : 강릉원주대학교

멀티미디어공학과 부교수

2015년 4월 ~ 2026년 2월 : 강릉원주대학교

멀티미디어공학과 정교수

2026년 3월 ~ 현재 : 강원대학교 AI콘텐츠공학과 정교수

관심분야 : 소프트웨어 프로젝트 관리, 소프트웨어 개발
방법론, 소프트웨어 분석과 설계 방법론, 소프트웨어
신뢰성, 인공지능, 빅데이터 분석, NP-완전 문제
최적화 알고리즘, 퍼즐