

조향각과 종방향 속도 제어를 통한 자전거형 로봇의 균형 유지 및 에너지 효율적 경로 최적화

심경섭*, 김주희**

Balance Maintenance and Energy-Efficient Path Optimization of Bicycle-Type Robots using Steering and Velocity Control

Kyungsub Sim*, Juhui Gim**

이 논문은 2025~2026년도 창원대학교 자율연구과제 연구비 지원으로 수행된 연구결과임

요 약

본 논문에서는 리액션 휠 없이 조향각과 종방향 속도 제어만으로 자전거형 로봇의 균형 유지와 에너지 효율적 자율주행을 동시에 달성하기 위한 최적 경로 계획 및 추종 알고리즘을 제안한다. 최적 경로 도출 단계에서는 자전거형 로봇의 롤 및 횡방향 동역학 모델을 기반으로 Pontryagin 최소 원리를 적용하여, 롤 각도 편차와 롤 각속도, 그리고 제어 입력에 따른 에너지 소모를 동시에 최소화하는 최적 제어 입력을 산출한다. 경로 추종 단계에서는 조향에 따른 원심 모멘트를 사전 보상하기 위한 피드포워드 제어기와 균형 유지를 위한 비례-미분 (PD) 제어를 결합하여 안정적인 주행을 구현한다. 제안된 알고리즘의 성능을 다양한 초기 조건에서 검증한 결과, 기존 PD 제어기 대비 롤 안정성이 약 45%, 에너지 효율성이 약 36% 향상됨을 확인하였다. 따라서 본 연구는 자전거형 로봇의 균형 유지와 에너지 효율적 자율주행을 통합적으로 고려한 제어 프레임워크를 제시한다.

Abstract

This paper proposes an optimal path planning and tracking algorithm for bicycle-type robots that achieve both balance stabilization and energy-efficient autonomous driving without the use of a reaction wheel. The proposed method consists of two main stages: optimal path generation and path tracking. In the optimal path generation stage, the roll and lateral dynamics of the bicycle-type robot are modeled, and Pontryagin's Minimum Principle (PMP) is applied to derive optimal control inputs that minimize roll angle deviation, roll rate, and energy consumption simultaneously. In the path tracking stage, a feed-forward controller is employed to compensate for centrifugal moments induced by steering, while a Proportional-Derivative (PD) controller ensures stable balance control. The proposed algorithm is validated through MATLAB simulations under various initial value conditions. The results demonstrate that the proposed controller improves roll stability by approximately 45% and energy efficiency by about 36% compared to a conventional PD controller. Therefore, the proposed method, an integrated control framework that simultaneously considers balance maintenance and energy-efficient autonomous driving, has high potential to enhance autonomous performance in complex environments.

Keywords

autonomous bicycle robot, steering and velocity control, simultaneous balance maintenance and energy efficiency, optimal path planning and tracking, pontryagin's minimum principle

* 국립창원대학교 메카트로닉스공학부
- ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-5745-8958>
** 국립창원대학교 지능로봇융합공학과 교수(교신저자)
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6362-8565>

• Received: Oct. 02, 2025, Revised: Oct. 20, 2025, Accepted: Oct. 23, 2025
• Corresponding Author: Juhui Gim
School of Mechatronics Engineering, Changwon National University, Korea
Tel.: +82-55-213-3665, Email: juhuigim@changwon.ac.kr

1. 서 론

전후 일렬로 배치된 바퀴 구조를 가지는 자전거형 로봇(Bicycle-type robot)은 폭이 좁고 민첩하면서도 직진 안정성이 뛰어나, 복잡한 구조물이 존재하는 환경에서 감시 및 물류 이동 용도로 활발히 활용되고 있다[1]-[3]. 그러나 이러한 장점에도 불구하고 안정적인 주행을 위해서는 지속적인 전후 균형 유지가 필요하며, 이는 자전거형 로봇의 제어를 어렵게 만드는 요인이다. 인간은 자전거 주행 시 조향 휠 조작과 속도 제어를 통해 무게 중심을 이동시켜 균형을 유지하고, 동시에 원하는 방향으로 주행을 유도한다. 따라서 자전거형 로봇 역시 균형 유지와 경로 추종을 동시에 달성할 수 있는 제어 알고리즘이 요구된다.

자전거형 로봇의 균형을 유지하기 위한 직접적인 접근법으로는 리액션 휠 기반 방식이 제안되었다[4]-[7]. 이 방식은 관성 모멘트가 큰 회전체를 활용하여 롤 각도의 변화를 상쇄하는 토크를 발생시켜 균형을 제어한다. 그러나 리액션 휠 방식은 높은 에너지 소비와 시스템의 질량 및 부피 증가라는 단점을 가지며, 횡방향으로 회전하는 휠은 사용자 안전에도 잠재적 위험을 초래한다.

이에 비해 조향각과 종방향 속도를 이용한 균형 유지 방식은 인간의 자전거 조작 방식과 유사하며, 리액션 휠 방식의 단점을 줄일 수 있다는 장점이 있다. 해당 접근법은 크게 규칙 기반 방식, 데이터 학습 기반 방식, 그리고 모델 기반 최적화 방식의 세 가지로 구분된다. 가장 단순한 규칙 기반 방식은 롤 각도 오차에 따라 제어 입력을 직접 결정하는 방식이다[8]-[10]. 그러나 이 방식은 초기 조건 변화나 지형 변동에 취약하다.

데이터 학습 기반 방식은 다양한 환경에서의 자전거 거동 데이터를 학습함으로써 환경 변화에 강건한 균형 제어 성능을 달성한다[11]-[14]. 이 방식은 수학적 모델이 필요하지 않으며, 학습된 환경 내에서는 우수한 성능을 보인다. 그러나 학습되지 않은 환경에서는 제어 성능의 보장성이 부족하다.

모델 기반 최적화 방식은 수학적 모델을 활용하여 복잡한 시스템을 제어하면서도, 데이터 의존성과

환경 적응성 문제를 동시에 해결할 수 있다는 점에서 주목받고 있다. 대표적으로 선형 이차 레귤레이터(Linear quadratic regulator)[15], 슬라이딩 모드 제어(Sliding mode control)[16][17] 등이 적용되었다. 그러나 기존 연구들은 대부분 균형 유지 자체에만 초점을 두어, 경로 추종을 고려한 자율주행 기술까지는 확장되지 못했다. 즉, 자전거형 로봇이 정적인 상태에서 롤 각도를 0도로 유지하는 조향 휠 제어만 구현한 한계가 있다. 자율주행 기능을 구현하기 위해서는 균형 유지와 경로 추종을 통합적으로 고려하는 제어 프레임워크가 필요하다.

자율주행 관점에서 일부 연구는 조향각과 종방향 속도 제어만을 기반으로 에너지 효율적인 경로를 도출하는 최적 제어 기법을 제안하였다[18]-[20]. 그러나 이들 연구는 경로 추종 성능을 우선시할 뿐, 주행 안정성과 에너지 효율을 동시에 고려하지 않아 다양한 환경에서의 적용에 한계가 있다.

본 논문은 리액션 휠 없이 실제 자전거와 동일한 방식으로, 조향각과 종방향 속도 제어만으로 자전거형 로봇의 균형을 유지하면서 동시에 에너지 소모를 최소화하는 최적 경로 계획 및 추종 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법은 롤 및 횡방향 동역학 모델을 기반으로 Pontryagin 최소 원리(PMP, Pontryagin's Minimum Principle)를 적용하여 균형 유지와 에너지 소모를 동시에 최적화하는 경로를 우선적으로 도출한다. 이후 조향각 변화에 따른 롤 각도 변화를 보상하기 위해 feed-forward 제어를 활용하여 도출된 최적 경로를 안정적으로 추종한다. 제안된 알고리즘은 다양한 costate 초기값 조건에서 검증되어 리액션 휠 없이 조향각과 종방향 속도 제어만으로 단순 균형 유지에 국한되지 않고 에너지 효율적인 자율주행을 동시 달성의 가능성을 보여준다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제 2장에서는 균형 유지와 에너지 소모 최소화를 위한 최적 경로 설계 알고리즘을 제시하며, 제3장에서는 계획된 경로를 추종하기 위한 제어 기법을 설명한다. 제4장에서는 제안된 알고리즘의 성능을 다양한 costate 초기값 조건에서 검증하고, 마지막으로 제5장에서 결론을 제시한다.

II. 균형 유지 및 에너지 소모 최소화를 위한 최적 경로 도출

그림 1은 균형 유지와 에너지 소모 최소화를 동시에 고려한 최적 경로 도출 과정을 나타낸 것이다. 이를 위해 먼저 뒷바퀴 추진력과 앞바퀴 조향각 변화에 따른 기울어짐을 반영한 롤 방향 동역학을 모델링한다. 다음으로, 에너지 소모와 직접적으로 연관된 제어 입력을 정의하고, 마지막으로 목적 함수를 포함한 비용함수를 설계하고 PMP를 적용해 최적 제어 입력을 도출한다.

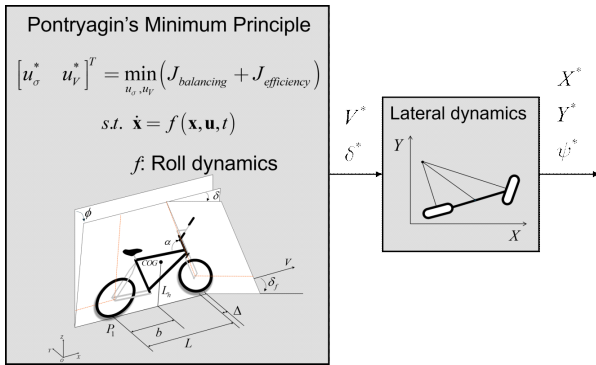


그림 1. 균형 유지 및 에너지 소모 최소화를 위한 최적 경로 추출 알고리즘 개략도

Fig. 1. Schematic diagram of the optimal path planning algorithm for simultaneous balancing and energy efficiency

2.1 롤 방향 동역학

그림 2는 핸들바 조향에 따른 자전거형 로봇의 롤 운동을 나타낸 것이다. 해당 운동은 식 (1)과 같이 에너지 기반의 Euler-Lagrange 방정식을 이용하여 유도된다[21].

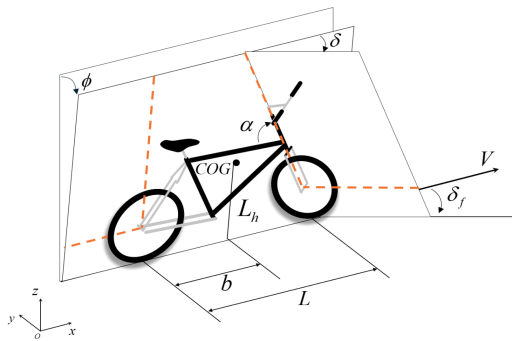


그림 2. 핸들바의 조향에 따른 자전거형 로봇의 롤 운동
Fig. 2. Roll dynamics of a bicycle-type robot with respect to the steering

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \tau_i, \quad (1)$$

for $q_i \in \{x, y, z, p\}$,
where
 $\mathcal{L} = T - U$, $\tau_i = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z \ \tau_p]^T$

여기에서 x, y, z, p 는 각각 자전거형 로봇의 무게 중심 기준 종방향, 횡방향, 수직방향 및 롤 방향을 의미하며, τ_i 는 각 방향으로 작용하는 외력을 나타낸다. T 와 U 는 자전거형 로봇의 운동 에너지와 위치 에너지이며, 식 (2)와 같이 정의된다.

$$T = \frac{1}{2} m (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \frac{1}{2} I_x \dot{\phi}^2, \quad (2)$$

$$U = m L g (\cos \phi + 1)$$

이때, m 은 로봇의 질량, I_x 는 x 축 방향에 대한 관성 모멘트, L_h 은 무게중심 높이, g 는 중력가속도, ϕ 는 롤 각도 $\dot{\phi}$ 는 롤 각속도를 의미한다. 또한 V_x, V_y, V_z 는 종·횡·수직 방향 속도이며 식 (3)과 같이 표현된다.

$$V_x = V, \quad (3)$$

$$V_y = -V \sigma b - L_h \dot{\phi} \cos \phi,$$

$$V_z = -L_h \dot{\phi} \sin \phi$$

여기에서 V 는 종방향 속도이며, V_y 는 조향각에 의해 발생하는 곡률 σ 와 롤 각도에 의해 유도되는 횡방향 속도로 구성된다. b 는 무게 중심에서 뒷바퀴 접촉면까지의 수평 거리를 나타낸다. V_z 는 롤 각도 변화에 의해 발생하는 수직방향 속도로 표현된다.

조향각과 종방향 속도만으로 제어되는 자전거형 로봇에 작용하는 외력 τ 은 두 가지로 식 (4)와 같이 구성된다. 첫째는 x 방향으로 작용하는 추진력 u_v , 둘째는 경로 추종 및 균형 유지 중 발생하는 원심력이다.

$$\tau = [\tau_x \ \tau_y \ \tau_z \ \tau_p]^T, \quad (4)$$

$$= [u_v \ 0 \ 0 \ -m L_h \sigma V^2 \cos \phi]^T$$

결과적으로 도출된 롤 방향 동역학은 식 (5)와 같다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \dot{V} \end{bmatrix} &= M^{-1}A, \\ M &= \begin{bmatrix} mL_h^2 + I_x & mL_h b \sigma \cos \phi \\ mL_h b \sigma \cos \phi & m + mb^2 \sigma^2 \end{bmatrix}, \\ A &= \begin{bmatrix} mL_h g \sin \phi - mL_h \sigma V^2 \cos \phi \\ -mL_h b V \cos \phi \cdot \dot{\sigma} \\ -\{2mb^2 V \sigma + mL_h b \cos \phi \cdot \dot{\phi}\} \dot{\sigma} \\ + mL_h b \sin \phi \cdot \dot{\phi} + u_V \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5)$$

2.2 제어 입력 정의

조향각과 종방향 속도만으로 제어되는 자전거형 로봇에서 에너지 소모와 직접 관련된 입력은 추진력 u_V 와 조향 변화에 의해 유도되는 곡률 변화량 u_σ 이다.

조향 변화로 인해 발생하는 곡률 σ 는 앞바퀴의 유효 조향각 δ_f 와 휠베이스 L 에 의해 식 (6)과 같이 결정된다.

$$\sigma = \frac{\tan(\delta_f)}{L}, \quad (6)$$

where $\tan \delta_f \cos \phi = \tan \delta \sin \alpha$

앞바퀴의 유효 조향각 δ_f 는 핸들바의 조향각 δ , 롤 각도 ϕ , 그리고 포크각 α 에 따라 달라진다. 따라서 곡률 변화량 u_σ 은 식 (7)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_\sigma &\simeq \dot{\sigma} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\tan \delta \sin \alpha}{L \cos \phi} \right), \\ &= \frac{\sin \alpha}{L} \left(\frac{\sec^2 \delta \cos \phi \cdot \dot{\delta}}{\cos^2 \phi} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

2.3 PMP 기반 경로 최적화

균형 유지와 에너지 소모 최소화를 동시에 고려하기 위한 최적 경로를 도출의 비용함수는 식 (8)과 같다.

$$J = \int_{t_0}^{t_f} [\dot{\phi}^2(\tau) + \dot{\phi}^2(\tau) + u_\sigma^2(\tau) + u_V^2(\tau)] d\tau \quad (8)$$

첫 번째 및 두 번째 항은 롤 각도 편차와 롤 각

속도를 최소화하여 안정적인 균형 유지를 보장하며, 세 번째와 네 번째 항은 각각 조향 변화와 추진력에 따른 에너지 소모를 억제하기 위함이다. 이때, t_0 는 초기 시간, t_f 는 종단 시간을 의미한다.

정의된 비용함수와 상태 방정식을 고려하여, 해밀토니안은 식 (9)와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} H(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= \dot{\phi}^2(t) + \dot{\phi}^2(t) + u_\sigma^2(t) + u_V^2(t) \\ &+ \sum_{i=1}^4 \lambda_i(t) \cdot f_i(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + p(t) \cdot h(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \text{where } \mathbf{x} &= [\phi \ \dot{\phi} \ V \ \delta]^T, \mathbf{u} = [u_\sigma \ u_V], \\ h(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) &= |\delta| - 30^\circ \leq 0 \end{aligned}$$

여기서 λ_i 는 각 상태에 대한 costate이며, p 는 제약 조건에 대한 Lagrange 승수이다. h 는 실제 자전거형 로봇의 구동 한계를 반영한 조향각 δ 에 대한 제약 조건을 의미한다. 또한, f_i 는 식 (5)로부터 얻어진 상태 방정식과 식 (7)로부터 도출된 δ 에 대한 상태 방정식을 포함한다. 조향각 δ 의 상태 방정식은 식 (10)과 같다.

$$\dot{\delta} = \frac{\cos^2 \delta}{\cos \phi} \cdot \left(\frac{L \cos^2 \phi}{\sin \alpha} u_\sigma - \tan \delta \sin \phi \cdot \dot{\phi} \right) \quad (10)$$

해밀토니안 최적화를 통해 제어 입력 u_σ^* , u_V^* 은 PMP에 따라 도출된다[22]. 이 최적 제어 입력 값에 따라 허용 가능 경로는 그림 3의 기하학적 모델이 상태 방정식으로 정의된 식 (11)에 따라 추출된다[23].

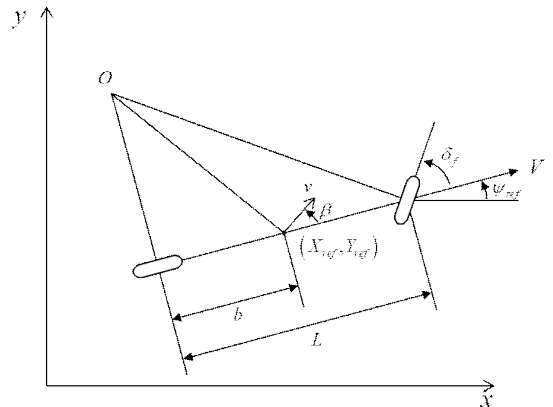


그림 3. 자전거형 로봇의 횡 방향 운동
Fig. 3. Lateral dynamics of a bicycle-type robot

$$\begin{aligned}
\frac{dX_{ref}}{dt} &= V^* \cdot \cos(\psi + \beta), \\
\frac{dY_{ref}}{dt} &= V^* \cdot \sin(\psi + \beta), \\
\frac{d\psi_{ref}}{dt} &= \frac{V^*}{L} \cdot \tan\delta_f \cdot \cos\beta, \\
\frac{d\delta_f}{dt} &= \frac{d}{dt} \left(\tan^{-1} \left(\frac{\tan\delta^* \sin\alpha}{\cos\phi} \right) \right), \\
\frac{d\beta}{dt} &= \frac{b}{L} \cdot \dot{\delta}_f \cdot \frac{\cos^2\beta}{\cos^2\delta_f}
\end{aligned} \quad (11)$$

이때, V^* 와 δ^* 는 최적 제어 입력 및 롤 동역학에 따라 계산된 최적 상태 값을 의미한다. 또한 X_{ref} 와 Y_{ref}, ψ_{ref} 와 β 는 자전거형 로봇이 균형을 유지하면서 에너지 소모를 최소화하기 위해 도출된 목표 위치, heading 각 및 슬립각을 의미한다.

III. 경로 추종 알고리즘 개발

최적 경로 계획 기법을 통해 도출된 X_{ref} , Y_{ref} , ψ_{ref} 를 추종하기 위한 제어 알고리즘은 경로 추종 중 발생하는 원심력을 사전 보상하는 피드포워드 제어기와 균형 유지를 위한 비례 미분(PD, Proportional-Derivative) 제어 기반 조향각 제어기로 구성된다. 그림 4는 제안된 경로 추종 알고리즘의 전체 구성을 나타낸다.

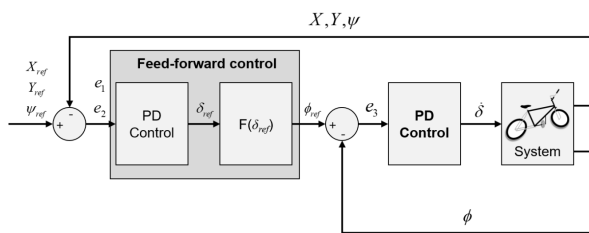


그림 4. 경로 추종 알고리즘 개략도

Fig. 4. Schematic diagram of the proposed path tracking algorithm

피드포워드 제어기는 자전거형 로봇이 경로를 추종하며 곡선을 주행할 때 그림 5와 같이 모멘트가 발생하는 것을 보상하기 위해 미리 기울여야 하는 목표 롤 각도 ϕ_{ref} 를 산출한다. 목표 롤 각도 ϕ_{ref} 를 산출하기 위해, 자전거형 로봇이 목표 경로($X_{ref}, Y_{ref}, \psi_{ref}$)를 추종하기 위한 목표 조향각 δ_{ref} 를 PD 제어

기로 식 (12)와 같이 계산한다[24].

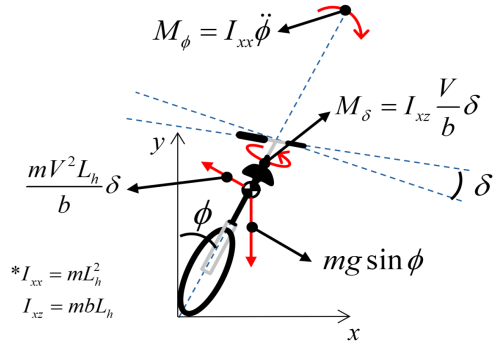


그림 5. 경로 추종을 위한 조향각 변화에 따른 모멘트
Fig. 5. Moments with respect to the steering changes for path tracking

$$\begin{aligned}
\delta_{ref} &= k_{p1}e_1 + k_{d1} \cdot \frac{de_1}{dt} + k_{p2}e_2, \\
\text{where} \\
e_1 &= \sqrt{(X - X_{ref})^2 + (Y - Y_{ref})^2}, e_2 = \psi_{ref} - \psi
\end{aligned} \quad (12)$$

이때 k_{p1} , k_{p2} , k_{d1} 는 PD 제어기의 게인(gain)으로 실험적으로 조율된다.

경로 추종을 위한 목표 롤 각도 ϕ_{ref} 는 그림 5와 같이 목표 조향각 δ_{ref} 에 의해 발생하는 원심 모멘트와 중력 모멘트가 평형을 이룬다고 가정할 때 다음 관계식으로부터 식 (13)과 같이 도출된다[25].

$$\phi_{ref} = -\frac{V^2 \sin\alpha}{gL} \cdot \delta_{ref} \quad (13)$$

마지막으로, PD 제어 기반 조향각 제어기는 실제 롤 각도 ϕ 가 피드포워드 제어기로부터 계산된 목표 롤 각도 ϕ_{ref} 를 안정적으로 추종하도록 설계된다. 이때 도출된 조향각 변화량은 식 (14)와 같이 표현된다.

$$\dot{\delta} = k_{p3}(\phi_{ref} - \phi) + k_{d3} \cdot \frac{d}{dt}(\phi_{ref} - \phi) \quad (14)$$

이때, k_{p3} , k_{d3} 는 해당 제어기의 게인으로, 실험적으로 조율된다. 도출된 조향각의 변화량을 통해 자전거형 로봇의 균형 유지 및 경로 추종이 수행된다.

IV. 시뮬레이션 결과

제안된 알고리즘은 Matlab 시뮬레이션 환경에서 구현되었다. 표 1은 자전거형 로봇에 사용된 주요 파라미터를 나타낸다. 본 검증에서는 실제 운용 환경에서 자전거형 로봇의 불안정성을 유발할 수 있는 요인 중 하나인 초기화 조건의 불확실성에 대한 견고성을 평가하였다. 이를 위해 초기 상태 및 costate 값을 두 가지 경우(Case 1, Case 2)로 달리 설정하여, 제안된 알고리즘이 다양한 초기 조건에서도 안정적으로 동작하는지를 검증하였다.

표 1. 시뮬레이션을 위한 자전거형 로봇의 파라미터
Table 1. Simulation parameters of the bicycle-type robot

Symbol	Value	Unit
m	11	kg
I	0.12418	kgm ²
b	0.3642	m
L	0.7485	m
L_h	0.2316	m
g	9.81	m/s ²
α	75	deg

$$\text{Case 1: } \begin{cases} \lambda(t_0) = [-86.56, -1.27, -4.34, 0.76]^T \\ \mathbf{x}(t_0) = [0, 0, 0, 0, 0, -0.1, 0, 2.5]^T \end{cases}$$

$$\text{Case 2: } \begin{cases} \lambda(t_0) = [-2.83, -0.05, -4.28, -1.44]^T \\ \mathbf{x}(t_0) = [0, 0, 0, 0, 0, 0.1, 0, 2.5]^T \end{cases}$$

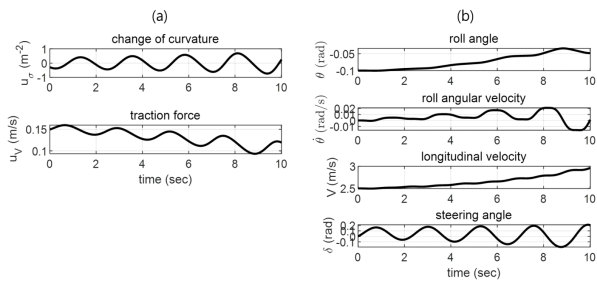


그림 6. Case 1 조건에서의 PMP 기반 경로 계획 추출 결과: (a) 최적 제어 입력, (b) 그에 따른 상태

Fig. 6. Results of PMP-based path planning under Case 1 conditions: (a) optimal control inputs, (b) the corresponding states

Case 1은 자전거가 전진 방향 기준 좌측으로 기울어진 상태에서 시작한다. 그림 6(a)는 Pontryagin 최소 원리에 의해 도출된 최적 제어 입력, 그림 6

(b)는 이에 대응하는 상태 변화를 나타낸다. 초기 기울어짐을 보상하기 위해 조향각은 우측으로 회전하여 원심력을 발생시키며, 결과적으로 롤 각도는 0도 근처로 수렴한다. 이때 롤 각도는 완전히 정지하지 않고 0도 근방에서 진동하며 균형을 유지하는 형태를 보인다. 추진력 u_1 는 비용함수의 에너지 최소화 항의 영향으로 시간이 지남에 따라 감소하는 반면, 곡률 입력 u_σ 는 균형 유지에 직접적으로 작용하기 때문에 지속적으로 진동하는 양상을 보인다.

그림 7은 경로 추종 결과를 나타낸다. 그림 7(a)는 제어 입력, 그림 7(b)는 주행 궤적, 그림 7(c)는 상태 변화를 나타낸다. 검은색 경로는 계획된 궤적이며 빨간색 경로는 제어 결과로, 두 결과가 거의 일치함을 통해 제어기의 경로 추종 성능을 확인할 수 있다. 특히 피드포워드 제어기의 원심력 보상 효과로 자전거가 불안정하게 흔들리지 않고 균형을 유지하는 모습을 보였다. 다만 일부 구간에서는 최적 경로를 유지하기 위해 제어 입력의 크기가 상대적으로 크게 요구되는 현상이 나타났다. 이는 최적 경로로 가면서 발생하는 롤의 불안정성을 최대한 줄이기 위해 발생한다.

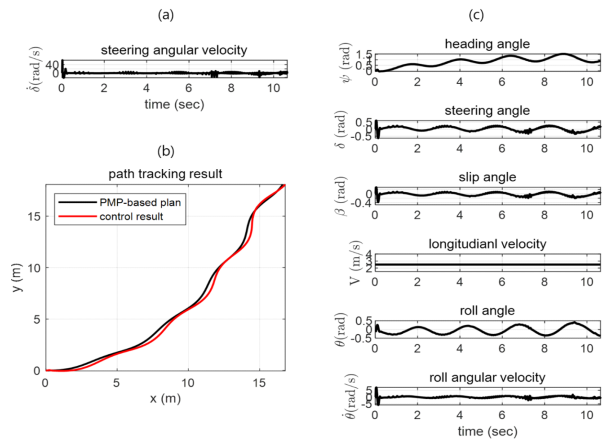


그림 7. Case 1 조건에서의 최적 경로 추종 결과:

(a) 경로 추종 알고리즘으로부터 도출된 제어 입력, (b) 경로 추종 결과, (c) 그에 따른 상태

Fig. 7. Optimal path-tracking results under Case 1 conditions: (a) control inputs derived from the path-tracking algorithm, (b) path-tracking performance, (c) the corresponding states

표 2는 Case 1의 초기 costate 값을 통해 계획된 경로에 대하여, 제안된 제어기와 단순 PD 제어기의

성능을 롤 안정성, 경로 추종성, 에너지 효율성 측면에서 각각 롤, 추종 경로와의 차이, 헤딩각의 차이, 조향 변화량의 평균 제곱 오차(Mean Squared Error, MSE)를 비교한 결과를 나타낸다. 롤 안정성, 궤적 오차, 헤딩각 차이 측면에서 제안된 제어기가 PD 제어기 대비 대략 45%, 35%, 77% 향상된 성능을 보이고, 에너지 효율 측면에서도 36% 적은 제어 입력을 사용하는 것을 확인할 수 있다. 이는 제안된 제어기가 단순 PD 제어기보다 주행 성능과 효율성 모두에서 우수함을 입증한다.

표 2. Case 1에 대하여 PD 제어기와 제안된 제어기의 성능 비교

Table 2. Performance comparison between the proposed controller and PD controller for Case 1

Controller	Roll stability (rad)	Trajectory performance (m)	Heading angle error (rad)	Energy efficiency (1/m ²)
Propose	0.0452	0.0033	0.01199	5.0385
PD control	0.0827	0.00511	0.05353	13.9545

Case 2는 자전거가 초기 상태에서 우측으로 기울어진 경우를 나타낸다. 그림 8(a)는 도출된 최적 제어 입력을, 그림 8(b)는 이에 대응하는 상태 변화를 보여준다. Case 1과는 반대로, 자전거는 좌측으로 조향하여 원심력을 발생시키고 롤 각도를 0도 근처로 수렴시킨다. 초기 보정 과정에서 큰 제어 입력이 요구되며, 특히 음의 방향에서 큰 조향각 값이 발생하는 것이 Case 1과의 차이점이다. 그림 9는 경로 추종 결과를 나타내며, 계획된 궤적과 실제 주행 결과가 매우 유사함을 통해 feed-forward-PD 제어기의 롤 각도 불안정성 억제 효과를 확인할 수 있다.

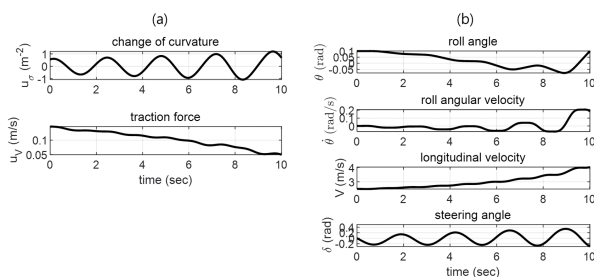


그림 8. Case 2 조건에서의 PMP 기반 경로 계획 추출 결과: (a) 최적 제어 입력, (b) 그에 따른 상태

Fig. 8. Results of PMP-based path planning under Case 2 conditions: (a) optimal control inputs, (b) the corresponding states

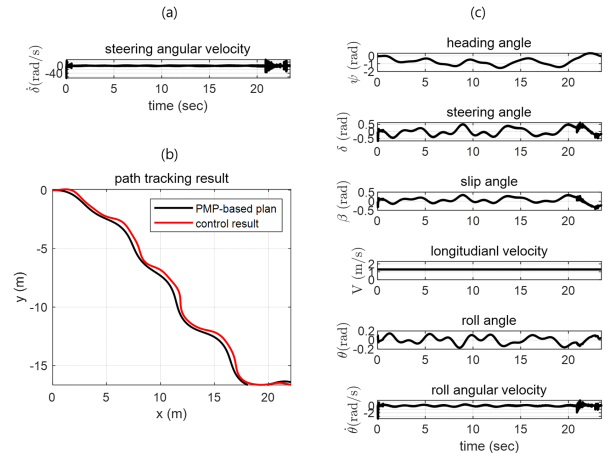


그림 9. Case 2 조건에서의 최적 경로 추종 결과:

(a) 경로 추종 알고리즘으로부터 도출된 제어 입력, (b) 경로 추종 결과, (c) 그에 따른 상태

Fig. 9. Optimal path-tracking results under Case 2 conditions: (a) control inputs derived from the path-tracking algorithm, (b) path-tracking performance, (c) the corresponding states

표 3은 Case 2에서의 성능 비교 결과이다. 제안된 제어기는 PD 제어기보다 궤적 오차와 헤딩각 오차를 88.6%, 96.1% 만큼 줄이며 추종 성능을 크게 개선하였고, 롤 오차 역시 45% 가량 낮게 유지하는 것을 확인할 수 있다. 반면, 제어 입력은 PD 제어기의 40%만을 사용하여, 제안된 제어기가 높은 주행 성능과 안정성을 가짐과 동시에 높은 효율성을 입증하였다.

표 3. Case 2에 대하여 PD 제어기와 제안된 제어기의 성능 비교

Table 3. Performance comparison between the proposed controller and PD controller for Case 2

Controller	Roll stability (rad)	Trajectory performance (m)	Heading angle error (rad)	Energy efficiency (1/m ²)
Propose	0.0062	0.0124	0.0161	10.4493
PD control	0.0113	0.1090	0.4128	26.4456

이 결과는 제안된 알고리즘이 초기 기울어진 방향에 관계없이 자전거형 로봇의 균형을 복원하고, 안정적인 주행을 달성함을 보여준다. 또한 에너지 최소화 항의 영향으로 추진력은 불필요하게 크지 않으며, 롤 각 유지 입력은 시스템 동역학에 따라 제한된 범위 내에서 진동한다. 결과적으로, 피드포

위드 제어기와 PD 제어기의 결합은 원심력에 의한 불안정성을 효과적으로 억제함을 확인하였다. 따라서 제안된 알고리즘은 *costate* 초기 조건 변화에도 불구하고, 별도의 리액션 휠 없이도 균형 유지와 에너지 효율적 자율주행을 동시에 달성할 수 있음을 확인하였다.

V. 결 론

본 논문에서는 리액션 휠 없이 조향각과 종방향 속도 제어만으로 자전거형 로봇의 균형 유지와 에너지 효율적 주행을 동시에 달성하기 위한 최적 경로 계획 및 추종 알고리즘을 제안하였다. 자전거형 로봇의 롤 및 횡방향 동역학 모델을 기반으로 Pontryagin 최소 원리를 적용하여, 균형 유지와 에너지 소모를 동시에 최소화하는 최적 경로를 도출하였다. 또한, 조향에 따른 원심력으로 인한 롤 각도 변화를 보상하는 피드포워드 제어기와 안정적인 균형 유지를 위한 PD 제어기를 결합하여 롤-조향 결합 특성을 반영한 경로 추종 제어기를 구성하였다.

시뮬레이션 결과, 제안된 방법은 별도의 리액션 휠 없이도 자전거형 로봇의 균형을 안정적으로 유지함과 동시에, 기존 PD 제어기 기반 방식에 비해 에너지 소모를 효과적으로 감소시킴을 확인하였다.

본 연구의 주요 기여는 기존 연구에서 개별적으로 다루어지던 균형 유지와 에너지 효율 기반 경로 추종을 하나의 통합 프레임워크 내에서 동시에 고려했다는 점이다. 이를 통해 복잡한 환경에서의 자율주행 성능을 향상시키는 새로운 제어 전략을 제시하였다. 향후 연구에서는 제안된 알고리즘을 실제 자전거형 로봇 플랫폼에 적용하여 실험적으로 검증하고, 경사가 존재하는 지형, 비 혹은 눈이 오는 지형 등 지형에 대한 외란이 존재하는 경우 대응할 수 있는 적응 제어 기법으로 확장할 예정이다.

References

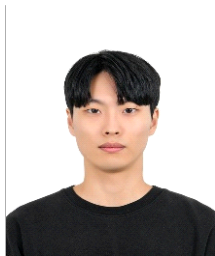
- [1] F. Han, A. Jelvani, J. Yi, and T. Liu, "Coordinated pose control of mobile manipulation with an unstable bikebot platform", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 27, No. 6, pp. 4550-4560, Dec. 2022. <https://doi.org/10.1109/TMECH.2022.3157787>.
- [2] S. T. Nguyen, H. Nguyen, S. T. Bui, V. A. Ho, and H. M. La, "Multi-directional bicycle robot for steel structure inspection", arXiv preprint arXiv:2103.11522, Mar. 2021. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2103.11522>.
- [3] S. T. Nguyen, H. Nguyen, S. T. Bui, V. A. Ho, T. D. Ngo, and H. M. La, "An agile bicycle-like robot for complex steel structure inspection", 2022 International Conference on Robotics and Automation (ICRA), PHI, USA, pp. 157-163, May 2022. <https://doi.org/10.1109/ICRA46639.2022.9812153>.
- [4] C. H. Chiu and C. Y. Wu, "Bicycle robot balance control based on a robust intelligent controller", IEEE Access, Vol. 8, pp. 84837-84849, May 2020. <http://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.2992792>.
- [5] W. H. Huang, P. T. T. Nguyen, D. D. Nguyen, H. P. Doan, M. Y. Chuang, and C. H. Kuo, "Stability Control and Path Tracking of a Self-Balancing Bicycle With a Reaction Wheel", IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, Vol. 30, No. 4, pp. 2928-2936, Aug. 2025. <http://doi.org/10.1109/TMECH.2025.3572225>.
- [6] K. Kanjanawanishkul, "LQR and MPC controller design and comparison for a stationary self-balancing bicycle robot with a reaction wheel", Kybernetika, Vol. 51, No. 1, pp. 173-191, Mar. 2015. <http://doi.org/10.14736/kyb-2015-1-0173>.
- [7] H. W. Kim, J. W. An, H. D. Yoo, and J. M. Lee, "Balancing control of bicycle robot using PID control", 2013 13th International Conference on Control, Automation and Systems (ICCAS 2013), Gwangju, Korea, pp. 145-147, Oct. 2013. <http://doi.org/10.1109/ICCAS.2013.6703879>.
- [8] R. Y. Abdolmalaki, "Implementation of Fuzzy Inference Engine for equilibrium and roll-angle tracking of riderless bicycle", arXiv preprint arXiv:1709.09014, Sep. 2017. <http://doi.org/10.48550/1709.09014>.

- arXiv.1709.09014.
- [9] T. Yeh, H. T. Lu, and P. H. Tseng, "Balancing Control of a Self-driving Bicycle", Proc. of the 16th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2019), Prague, CZ, pp. 34-41, Jul. 2019. <https://doi.org/10.1109/TCST.2024.3395575>.
 - [10] T. J. Yeh, T. C. Lin, and A. C. B. Chen, "Robust balancing and trajectory control of a self-driving bicycle", IEEE Transactions on Control Systems Technology, Vol. 32, No. 6, pp. 2410-2417, May 2024. <https://doi.org/10.1109/TCST.2024.3395575>.
 - [11] L. Guo, H. Lin, J. Jiang, Y. Song, and D. Gan, "Combined control algorithm based on synchronous reinforcement learning for a self-balancing bicycle robot", ISA transactions, Vol. 145, pp. 479-492, Nov. 2024. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.11.032>.
 - [12] K. He, C. Dong, A. Yan, Q. Zheng, B. Liang, and Q. Wang, "Composite deep learning control for autonomous bicycles by using deep deterministic policy gradient", IECON 2020 The 46th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Singapore, pp. 2766-2773, Oct. 2020. <https://doi.org/10.1109/IECON43393.2020.9254787>.
 - [13] N. Persson, M. Kaheni, and A. V. Papadopoulos, "A direct data-driven control design for autonomous bicycles", 2024 IEEE 20th International Conference on Automation Science and Engineering (CASE), Bari, Italy, pp. 114-120, Aug. 2024. <https://doi.org/10.1109/CASE59546.2024.10711696>.
 - [14] S. Weyrer, P. Manzl, A. Schwab, and J. Gerstmayer, "Path Following and Stabilisation of a Bicycle Model using a Reinforcement Learning Approach", arXiv preprint arXiv:2407.17156, Jul. 2024. <http://doi.org/10.48550/arXiv.2407.17156>.
 - [15] N. Persson, T. Andersson, A. Fattouh, M. C. Ekström, and A. V. Papadopoulos, "A comparative analysis and design of controllers for autonomous bicycles", 2021 European Control Conference (ECC), Delft, Netherlands, pp. 1570-1576, Jun. 2021. <https://doi.org/10.23919/ECC54610.2021.9655223>.
 - [16] M. Defoort and T. Murakami, "Sliding-mode control scheme for an intelligent bicycle", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 56, No. 9, pp. 3357-3368, Mar. 2009. <https://doi.org/10.1109/TIE.2009.2017096>.
 - [17] W. S. Yu and C. C. Yeh, "Steering and balance controls of an electrical bicycle using integral sliding mode control", 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shanghai, China, pp. 6168-6173, May 2011. <https://doi.org/10.1109/ICRA.2011.5979595>.
 - [18] H. Guo, D. Cao, H. Chen, Z. Sun, and Y. Hu, "Model predictive path following control for autonomous cars considering a measurable disturbance: Implementation, testing, and verification", Mechanical Systems and Signal Processing, Vol. 118, pp. 41-60, Aug. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.08.028>.
 - [19] G. Han, W. Fu, W. Wang, and Z. Wu, "The lateral tracking control for the intelligent vehicle based on adaptive PID neural network", Sensors, Vol. 17, No. 6, pp. 1244, May 2017. <https://doi.org/10.3390/s17061244>.
 - [20] X. Zhang and X. Zhu, "Autonomous path tracking control of intelligent electric vehicles based on lane detection and optimal preview method", Expert Systems with Applications, Vol. 121, pp. 38-48, Dec. 2019. <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2018.12.005>.
 - [21] L. L. Cui, S. Wang, J. Lai, X. Y. Chen, S. C. Yang, Z. Y. Zhang, and Z. P. Jiang, "Nonlinear balance control of an unmanned bicycle: Design and experiments", 2020 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), LA, USA, pp. 7279-7284, Oct. 2020. <https://doi.org/10.1109/IROS45743.2020.9341150>.

- [22] N. W. Kim, S. W. Cha, and H. Peng, "Optimal control of hybrid electric vehicles based on Pontryagin's minimum principle", IEEE Transactions on control systems technology, Vol. 19, No. 5, pp. 1279-1287, Aug. 2010. <https://doi.org/10.1109/TCST.2010.2061232>.
- [23] M. Mavungu, "Control and Trajectory Planning of an Autonomous Bicycle Robot", Computation, Vol. 10, No. 11, p. 194, Nov. 2022. <https://doi.org/10.3390/computation10110194>.
- [24] G. Wen and J. Sjöberg, "Lateral control of a self-driving bike", 2022 IEEE International Conference on Vehicular Electronics and Safety (ICVES), Bogota, Colombia, pp. 1-6, Nov. 2022. <https://doi.org/10.1109/ICVES56941.2022.9986548>.
- [25] K. J. Astrom, R. E. Klein, and A. Lennartsson, "Bicycle dynamics and control: adapted bicycles for education and research", IEEE Control Systems Magazine, Vol. 25, No. 4, pp. 26-47, Aug. 2005. <http://dx.doi.org/10.1109/MCS.2005.1499389>.

저자소개

심 경 섭 (Kyungsub Sim)



2024년 2월 : 국립창원대학교
로봇제어계측공학과(공학사)
2024년 3월 ~ 현재 :
국립창원대학교
메카트로닉스공학과 석사과정
관심분야 : 최적 제어, 딥러닝

김 주 희 (Juhui Gim)



2015년 3월 : 부산대학교
기계공학부(공학사)
2021년 2월 : 부산대학교
기계공학부(공학박사)
2022년 3월 ~ 현재 :
국립창원대학교
지능로봇융합공학과 교수

관심분야 : 최적 제어, 추정, 자율주행