

불확실한 주파수의 정현파 외란의 안정적인 제거를 위한 다목적 강인 적응 제어

이 문 노*

A Multi-objective Robust Adaptive Control for the Stable Rejection of a Sinusoidal Disturbance with an Uncertain Frequency

Moonnoh Lee*

요 약

본 논문에서는 불확실한 주파수의 정현파 외란을 안정적으로 제거하기 위한 다목적 강인 적응 제어 방법을 제안한다. 제안된 주파수 적응 알고리즘에 의해 정상 상태에서 적응 주파수가 실제 주파수로 점근적으로 수렴하고 정현파 외란의 영향은 적응 제어기에 의해 제거된다. 주파수 적응 알고리즘에 따라 변하는 전체 시스템의 고유치들을 과도 응답 특성을 고려한 특정 영역에 존재하도록 피드백 제어를 설계함으로써 과도 상태에서도 적응 주파수는 안정적인 수렴 특성을 가지게 된다. 불확실한 정현파 외란을 안정적으로 제거하기 위한 피드백 제어기와 적응 제어기는 LMI 방법과 PSO 방법을 결합한 최적화 알고리즘을 사용하여 설계될 수 있다. 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 강인 적응 제어 방법의 성능을 검증한다.

Abstract

This paper presents a multi-objective robust adaptive control method to stably reject a sinusoidal disturbance with an uncertain frequency. The adaptive frequency asymptotically converges to the actual frequency in the steady state by the proposed frequency adaptive algorithm and the effects of the sinusoidal disturbance are eliminated by the adaptive controller. By designing a feedback controller so that eigenvalues of the entire system that change according to the frequency adaptive algorithm exist in a specified region, the adaptive frequency has stable convergence characteristics even in the transient state. Both the feedback and adaptive controllers for the stable rejection of the uncertain sinusoidal disturbance are designed using an optimization algorithm that combines Linear Matrix Inequality (LMI) method and Particle Swarm Optimization (PSO) method. The performance of the proposed robust adaptive control method is demonstrated through the simulations on a track-following system of an optical disk drive.

Keywords

uncertain sinusoidal disturbance, robust adaptive control, frequency adaptive algorithm, particle swarm optimization

* 동의대학교 컴퓨터공학과 교수
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2552-8069>

· Received: Jul. 15, 2025, Revised: Aug. 22, 2025, Accepted: Aug. 25, 2025
· Corresponding Author: Moonnoh Lee
Dept. of Computer Engineering, Dong-eui University, 176 Eomgwangno,
Busanjin-gu, Busan 47340 Korea
Tel.: +82-51-890-1713, Email: mnlee@deu.ac.kr

1. 서 론

회전 메카니즘을 가지는 응용 시스템에서는 편심, 비대칭, 외부 진동 등의 다양한 원인으로 정현파 외란이 발생한다. HDD, ODD 등의 컴퓨터 저장장치에서는 회전 중심과 기하 중심이 어긋나는 편심 때문에 디스크가 회전하면 정현파 외란이 발생한다. 이러한 정현파 외란은 상대적으로 크게 발생하기 때문에 안정적으로 제어하여 전체 시스템에 미치는 영향을 최대한 줄여야 한다.

정현파 외란의 주파수는 시스템의 복잡한 상태나 특성 때문에 정확하게 알 수 없다. 정현파 외란의 주파수를 미리 정확하게 알 수 있으면 내부 모델 원리에 의해 정현파 외란 주파수에 대한 동역학 모델을 제어기에 포함하면 정상 상태에서 정현파 외란의 영향을 제거할 수 있다. 그러나 정현파 외란 주파수를 정확하게 알 수 없으면 외란 관측기(Observer) 또는 적응(Adaptive) 제어를 사용하여 실제 주파수를 추정하거나 적응한 동역학 모델을 제어기에 포함하여야 한다.

정현파 외란의 주파수 추정이나 적응을 다루는 기존 연구들은 피드백 제어기와 적응 제어기 또는 외란 관측기를 결합한 제어 구조를 사용하였다. 피드백 제어기는 전체 시스템을 안정화시키고 적응 제어기나 외란 관측기를 통해 주파수를 추정하거나 적응하여 정현파 외란의 영향을 제거하였다[1]-[8]. [1]에서는 적응 제어기와 PI 제어기를 사용하여 정상 상태에서 적응 주파수가 실제 주파수로 수렴하는 것을 나타내었다. [3]에서는 외란 관측기와 피드백 제어기를 사용하여 적응 주파수의 수렴 특성을 분석하고 광디스크 드라이브에 적용하였다. [6]에서는 적응형 내부 모델 기반 제어기와 적응형 피드백 제어기를 사용하여 정현파 외란의 영향을 제거하였고 동적 무선 충전 시스템에 적용하였다. 대부분의 연구들은 수학적 분석과 증명을 통해 시간이 지나 정상 상태가 되면 적응 주파수가 실제 주파수로 수렴하고 정현파 외란에 대한 출력이나 에러가 0으로 수렴하는 것을 나타내었다.

그러나 기존 연구들은 정상 상태에서만 주파수 적응 수렴 특성을 분석하였다. 과도 응답 특성을 수

학적으로 다루기 어렵기 때문에 주파수 적응 알고리즘이 과도 상태에서 어떤 특성을 가지는지를 분석할 수 없다. 피드백 제어기가 전체 시스템을 안정화하도록 설계되었기 때문에 과도 응답은 시간이 지나면 0이 되고 정상 상태에서는 주파수 적응 알고리즘에 의해 수렴 특성이 보장이 된다. 만약 과도 응답이 불안정하면 적응 주파수가 수렴하는데 시간이 더 많이 걸리게 되고 적응 주파수가 최대 주파수와 최소 주파수로 제한되는 포화(Saturation) 현상이 나타날 수 있다. 그리고 외부 충격에 의한 일시적인 외란이 발생하는 경우에도 적응 주파수가 실제 주파수에서 벗어나 다시 수렴하는데 시간이 많이 걸리게 된다.

오버 슈트, 상승 시간, 안정화 시간(Settling time) 등의 과도 응답 특성은 전체 시스템의 고유치(Eigenvalue)에 영향을 받는다[9]. 모델링 불확실성과 주파수 적응 알고리즘으로 인해 과도 상태에서 시스템 고유치와 적응 주파수의 변화를 수학적으로 해석하기는 어렵다. 제안된 주파수 적응 알고리즘은 과도 응답이 안정화될수록 적응 주파수의 변화가 작아지기 때문에 과도 상태에서도 적응 주파수는 안정적인 수렴 특성을 가질 수 있다.

이 논문에서는 불확실한 주파수의 정현파 외란을 안정적으로 제거하기 위한 다목적 강인 적응 제어 방법을 제안한다. 제안된 주파수 적응 알고리즘과 적응 제어기를 통해 모델링 불확실성이 존재해도 정상 상태에서 적응 주파수가 실제 주파수로 수렴하고 정현파 외란의 영향은 제거된다. 그리고 전체 시스템의 고유치들이 과도 응답 특성을 고려한 특정 영역에 존재하도록 피드백 제어기를 설계함으로써 과도 상태에서도 적응 주파수가 안정적인 수렴 특성을 가지게 한다. 정현파 외란의 안정적인 제어를 위한 피드백 제어기와 적응 제어기는 LMI(Linear Matrix Inequality) 방법과 PSO(Particle Swarm Optimization) 방법을 결합한 최적화 알고리즘을 사용하여 설계될 수 있다. 그리고 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 대한 시뮬레이션을 통해 제안된 강인 적응 제어 방법의 성능을 검증한다.

II. 주파수 적응 알고리즘을 통한 불확실한 주파수의 정현파 외란 제거

그림 1은 이 논문에서 고려하는 전체 시스템의 구성도를 나타낸다. 제어 구조는 전체 시스템을 강인 안정화하는 피드백 제어기 $C_f(s)$, 적응 제어기 $C_a(\hat{\omega}_1)$, 주파수 적응 알고리즘으로 구성된다. 모델링 불확실성을 가지는 플랜트 $P(s)$ 는 식 (1)의 상태 방정식으로 나타낼 수 있고 모델링 불확실성은 행렬 H_1, H_2, E_1 에 의해 표현될 수 있다.

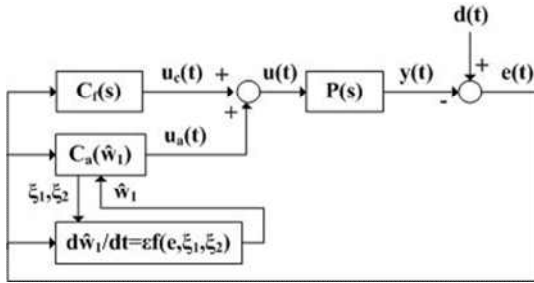


그림 1. 전체 시스템의 구성도
Fig. 1. Block diagram of an entire system

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= \tilde{A}_p x_p(t) + B_p u(t) \\ e(t) &= -\tilde{C}_p x_p(t) + d(t) \\ \tilde{A}_p &= A_p + H_1 \Delta_p E_1, \tilde{C}_p = C_p + H_2 \Delta_p E_1, \|\Delta_p\| \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

전체 시스템은 에러 $e(t)$ 가 측정 가능하므로 에러 피드백 구조를 가지며 정상 상태에서 에러가 0이 되도록 제어되어야 정현파 외란의 영향을 제거할 수 있다. 정현파 외란 $d(t)$ 은 식 (2)와 같이 DC 성분과 주파수 ω_1 성분을 가진다. 정현파 외란의 주파수와 크기는 미리 정확히 알 수 없고 최대값과 최소값만 알 수 있다고 가정한다.

$$\begin{aligned} d(t) &= d_0 + d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \\ \omega_{1L} &\leq \omega_1 \leq \omega_{1H}, \\ d_{0L} &\leq d_0 \leq d_{0H}, d_{1L} \leq d_1 \leq d_{1H} \end{aligned} \quad (2)$$

피드백 제어기 $C_f(s)$ 는 에러 피드백 형태를 가지며 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c x_c(t) + B_c e(t) \\ u_c(t) &= C_c x_c(t) + D_c e(t) \end{aligned} \quad (3)$$

적응 제어기 $C_a(\hat{\omega}_1)$ 는 내부 모델 원리에 의해 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 과 DC 성분에 대한 동역학 모델을 포함하도록 식 (4)와 같이 구성된다.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\xi}_1(t) \\ \dot{\xi}_2(t) \\ \dot{\xi}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega}_1 & 0 \\ -\hat{\omega}_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \xi_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_1 \\ K_2 \end{bmatrix} e(t) \\ u_a(t) &= \xi_2(t) + \xi_3(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$\xi_1(t), \xi_2(t), \xi_3(t)$ 는 적응 제어기의 상태 변수, K_1, K_2 는 적응 제어기 게인, $u_a(t)$ 는 적응 제어기 출력을 나타낸다. 이 논문에서는 불확실한 주파수 ω_1 을 적응하기 위해 식 (5)의 주파수 적응 알고리즘을 제안한다. 적응 주파수는 $\omega_{1L} \leq \hat{\omega}_1 \leq \omega_{1H}$ 범위 내에서 변하며 $f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t))$ 는 에러 $e(t)$ 와 상태 변수 $\xi_1(t), \xi_2(t)$ 의 함수이다.

$$\dot{\hat{\omega}}_1 = \epsilon f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t)) = -\epsilon K_1 \frac{\xi_1(t)e(t)}{\xi_1^2(t) + \xi_2^2(t)} \quad (5)$$

피드백 제어기와 적응 제어기를 식 (1)에 적용하면 전체 시스템은 식 (6)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \tilde{A}(\hat{\omega}_1)x(t) + B(\hat{\omega}_1)d(t) \\ e(t) &= \tilde{C}(\hat{\omega}_1)x(t) + d(t) \\ x(t) &= [x_p^T(t) \ x_c^T(t) \ \xi_1^T(t) \ \xi_2^T(t) \ \xi_3^T(t)]^T \\ \tilde{A}(\hat{\omega}_1) &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_p - B_p D_c \tilde{C}_p & B_p C_c & 0 & B_p & B_p \\ -B_c \tilde{C}_p & A_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\omega}_1 & 0 \\ -K_1 \tilde{C}_p & 0 & -\hat{\omega}_1 & 0 & 0 \\ -K_2 \tilde{C}_p & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ B(\hat{\omega}_1) &= [D_c^T B_c^T \ B_c^T \ 0 \ K_1 \ K_2]^T \\ \tilde{C}(\hat{\omega}_1) &= [-\tilde{C}_p \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \end{aligned} \quad (6)$$

모든 모델링 불확실성과 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 에 대해

전체 시스템이 강인 안정하도록 $\hat{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 모든 고유치가 음의 실수 부분을 갖도록 하는 피드백 제어기를 설계할 수 있다고 가정한다.

$\epsilon = 0$ 일 때 식 (5)는 $\hat{\omega}_1 = 0$ 이 되고 적응 주파수는 $\hat{\omega}_1 = \bar{\omega}_1$ 의 특정 주파수가 되므로 적응 제어기는 선형 제어가 되고 전체 시스템은 시불변 시스템이 된다. 그러면 정현파 외란 $d(t)$ 에서 상태 변수 $x(t)$ 까지의 전달 함수 $H(j\omega, \bar{\omega}_1)$ 를 구할 수 있고 정상 상태에서 상태 변수 $\bar{x}(t, \bar{\omega}_1)$ 는 식 (7)과 같이 정현파 외란의 DC 성분과 주파수 ω_1 성분을 가지게 된다.

$$\bar{x}(t, \bar{\omega}_1) = H(j0, \bar{\omega}_1)d_0 + H(j\omega_1, \bar{\omega}_1)d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \quad (7)$$

$\hat{\omega}_1 = \bar{\omega}_1$ 일 때, 전달 함수 $H(j\omega, \bar{\omega}_1)$ 는 식 (8)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} H(j\omega, \bar{\omega}_1) &= [j\omega I - \tilde{A}(\bar{\omega}_1)]^{-1} B(\bar{\omega}_1) \quad (8) \\ &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix}^{-1} B(\bar{\omega}_1) = \begin{bmatrix} A_{11}(j\omega) & A_{12}(j\omega) \\ A_{21}(j\omega) & A_{22}(j\omega) \end{bmatrix} B(\bar{\omega}_1) \\ A_{11} &= \begin{bmatrix} j\omega I_p - \tilde{A}_p + B_p D_c \tilde{C}_p & -B_p C_c \\ B_c \tilde{C}_p & j\omega I_c - A_c \end{bmatrix} \\ A_{11}^{-1} &= \begin{bmatrix} G_{11}(j\omega) & G_{12}(j\omega) \\ G_{21}(j\omega) & G_{22}(j\omega) \end{bmatrix}, \quad A_{12} = \begin{bmatrix} 0 & -B_p & -B_p \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ A_{21} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ K_1 \tilde{C}_p & 0 \\ K_2 \tilde{C}_p & 0 \end{bmatrix}, \quad A_{22} = \begin{bmatrix} j\omega & -\bar{\omega}_1 & 0 \\ \bar{\omega}_1 & j\omega & 0 \\ 0 & 0 & j\omega \end{bmatrix} \end{aligned}$$

블록 행렬의 역행렬 공식을 이용하여 부분 행렬 $A_{11}(j\omega)$, $A_{12}(j\omega)$, $A_{21}(j\omega)$, $A_{22}(j\omega)$ 는 식 (9), 식 (10), 식 (11), 식 (12)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{11}(j\omega) &= (A_{11} - A_{12} A_{22}^{-1} A_{21})^{-1} \quad (9) \\ &= \begin{bmatrix} j\omega I_p - \tilde{A}_p + B_p D_c \tilde{C}_p & & -B_p C_c \\ +j \frac{\omega K_1 B_p \tilde{C}_p}{\omega_1^2 - \omega^2} - j \frac{K_2 B_p \tilde{C}_p}{\omega} & & \\ & B_c \tilde{C}_p & j\omega I_c - A_c \end{bmatrix}^{-1} \\ &= \omega(\omega_1^2 - \omega^2) \begin{bmatrix} Q_{11}(j\omega) & Q_{12}(j\omega) \\ Q_{21}(j\omega) & Q_{22}(j\omega) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

I_p 와 I_c 은 단위 행렬이고 $Q_{11}(j\omega)$, $Q_{12}(j\omega)$, $Q_{21}(j\omega)$, $Q_{22}(j\omega)$ 는 행렬 $A_{11}(j\omega)$ 의 부분 행렬로 역행렬 공식을 이용하여 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} A_{21}(j\omega) &= -A_{22}^{-1} A_{21} A_{11}(j\omega) \quad (10) \\ &= \begin{bmatrix} -\omega \bar{\omega}_1 K_1 \tilde{C}_p Q_{11}(j\omega) & -\omega \bar{\omega}_1 K_1 \tilde{C}_p Q_{12}(j\omega) \\ -j\omega^2 K_1 \tilde{C}_p Q_{11}(j\omega) & -j\omega^2 K_1 \tilde{C}_p Q_{12}(j\omega) \\ j(\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) K_2 \tilde{C}_p Q_{11}(j\omega) & j(\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) K_2 \tilde{C}_p Q_{12}(j\omega) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{22}(j\omega) &= (A_{22} - A_{21} A_{11}^{-1} A_{12})^{-1} \quad (11) \\ &= \frac{1}{R(j\omega)} \begin{bmatrix} -\omega^2 + j\omega R_1(j\omega) & \bar{\omega}_1(j\omega + R_2(j\omega)) - \bar{\omega}_1 R_1(j\omega) \\ +j\omega R_2(j\omega) & -\omega^2 + j\omega R_2(j\omega) - j\omega R_1(j\omega) \\ \bar{\omega}_1 R_2(j\omega) & -j\omega R_2(j\omega) & (\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) \\ & & +j\omega R_1(j\omega) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R(j\omega) &= (\bar{\omega}_1^2 - \omega^2)(j\omega + R_2(j\omega)) - \omega^2 R_1(j\omega) \\ R_1(j\omega) &= K_1 \tilde{C}_p G_{11}(j\omega) B_p, \quad R_2(j\omega) = K_2 \tilde{C}_p G_{11}(j\omega) B_p \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{12}(j\omega) &= -A_{11}^{-1} A_{12} A_{22}(j\omega) \quad (12) \\ &= \frac{1}{R(j\omega)} \begin{bmatrix} -j\omega \bar{\omega}_1 B_p^T G_{11}^T(j\omega) & -j\omega \bar{\omega}_1 B_p^T G_{21}^T(j\omega) \\ -\omega^2 B_p^T G_{11}^T(j\omega) & -\omega^2 B_p^T G_{21}^T(j\omega) \\ (\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) B_p^T G_{11}^T(j\omega) & (\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) B_p^T G_{21}^T(j\omega) \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

식 (9), 식 (10), 식 (11), 식 (12)을 식 (8)에 적용하면 정현파 외란 $d(t)$ 에서 상태 변수 $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $e(t)$ 까지의 전달 함수 $H_1(j\omega, \bar{\omega}_1)$, $H_3(j\omega, \bar{\omega}_1)$, $H_4(j\omega, \bar{\omega}_1)$ 를 식 (13)과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} H_1(j\omega, \bar{\omega}_1) &= \omega(\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) M_1(j\omega) - \quad (13) \\ & \quad (\omega^2 K_1 - (\bar{\omega}_1^2 - \omega^2) K_2) G_{11}(j\omega) B_p R^{-1}(j\omega) \end{aligned}$$

$$H_3(j\omega, \bar{\omega}_1) = \omega \bar{\omega}_1 K_1 M(j\omega), \quad H_4(j\omega, \bar{\omega}_1) = j\omega^2 K_1 M(j\omega)$$

$$M(j\omega_1) = -\tilde{C}_p M_1(j\omega_1) + jR^{-1}(j\omega_1)$$

$$M_1(j\omega_1) = Q_{11}(j\omega_1) B_c D_c + Q_{12}(j\omega_1) B_c$$

식 (1), 식 (7), 식 (13)을 이용하여 $\hat{\omega}_1 = \bar{\omega}_1$ 에서 정상 상태 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{e}(t, \bar{\omega}_1)$ 의 DC 성분은 식 (14)와 같이 구할 수 있고 주파수 ω_1 성분은 식 (15)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{e}(t, j0) &= (-\tilde{C}_p H_1(j0, \bar{\omega}_1) + 1) d_0 \\ &= -\bar{\omega}_1^2 \tilde{K}_2 \tilde{C}_p G_{11}(j0) B_p R^{-1}(j0) + 1 \\ &= -R(j0) R^{-1}(j0) + 1 = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_1(t, j0) &= H_3(j0, \bar{\omega}_1) d_0 = 0 \\ \bar{\xi}_2(t, j0) &= H_4(j0, \bar{\omega}_1) d_0 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{e}(t, j\omega_1) &= (-\tilde{C}_p H_1(j\omega_1, \bar{\omega}_1) + 1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \\ &= \omega_1 (\bar{\omega}_1^2 - \omega_1^2) M(j\omega_1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_1(t, \omega_1) &= \omega_1 \bar{\omega}_1 K_1 M(j\omega_1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \\ \bar{\xi}_2(t, \omega_1) &= \omega_1^2 K_1 M(j\omega_1) d_1 \cos(\omega_1 t + \phi_1) \end{aligned} \quad (15)$$

DC 성분에 대한 동역학 모델이 $\xi_3(t)$ 를 통해 적응 제어기에 포함되므로 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{e}(t, \bar{\omega}_1)$ 의 DC 성분은 모두 0이 된다. 그래서 특정 주파수 $\hat{\omega}_1 = \bar{\omega}_1$ 에서 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{e}(t, \bar{\omega}_1)$ 은 식 (15)와 같이 주파수 ω_1 성분만을 가지게 된다.

정리 1) 모든 모델링 불확실성과 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 범위에 대해 전체 시스템이 강인 안정하면 작은 ϵ 의 주파수 적응 알고리즘에 의해 $\hat{\omega}_1$ 은 ω_1 으로 점근적으로 수렴하고 정상 상태에서 에러 $\bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$ 는 0이 된다.

증명) $\epsilon = 0$ 이면 적응 주파수는 $\hat{\omega}_1 = \bar{\omega}_1$ 이 되고 모델링 불확실성에 대해 전체 시스템이 강인 안정하면 정상 상태에서 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{e}(t, \bar{\omega}_1)$ 는 식 (15)와 같이 주파수 ω_1 성분을 가진다. 주파수 적응 알고리즘의 함수 $f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t))$ 를 $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $e(t)$ 에 대해 각각 미분한 도함수들은 $\omega_{1L} \leq \hat{\omega}_1 \leq \omega_{1H}$ 에 대해 크기가 제한된다. 그래서 ϵ 이 작으면 정상 상태에서 주파수 적응 알고리즘은 느리게 변하는 동역학식이 되므로 정상 상태에서 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 는 느리게 변하게 된다. 그러면 정상 상태에서 $\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$, $\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$, $\bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$ 는 식 (16)과 같이 나타낼 수 있고 $\bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1)$, $\bar{e}(t, \bar{\omega}_1)$ 와 같이 주파수 ω_1 성분을 가지게 된다[1].

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \bar{\xi}_1(t, \bar{\omega}_1) + \epsilon \tilde{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) \\ \bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \bar{\xi}_2(t, \bar{\omega}_1) + \epsilon \tilde{\xi}_2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) \\ \bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \bar{e}(t, \bar{\omega}_1) + \epsilon \tilde{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) \end{aligned} \quad (16)$$

그래서 작은 ϵ 을 가지는 주파수 적응 알고리즘에 대해 $\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$, $\bar{\xi}_2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$, $\bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$ 는 식 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \omega_1 \hat{\omega}_1 K_1 M(j\omega_1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \\ \bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \omega_1^2 K_1 M(j\omega_1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \\ \bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) &= \omega_1 (\hat{\omega}_1^2 - \omega_1^2) M(j\omega_1) d_1 \sin(\omega_1 t + \phi_1) \end{aligned} \quad (17)$$

주파수 적응 에러 $\tilde{\omega}_1 = \hat{\omega}_1 - \omega_1$ 와 $\theta = \omega_1 t + \phi_1$ 를 정의하고 식 (17)을 식 (5)에 적용하면 정상 상태에서 주파수 적응 알고리즘은 식 (18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\omega}}_1 &= \dot{\tilde{\omega}}_1 = -\epsilon K_1 \frac{\bar{\xi}_1(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) \bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)}{\bar{\xi}_1^2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon) + \bar{\xi}_2^2(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)} \\ &= -\epsilon \frac{(\hat{\omega}_1^2 - \omega_1^2)}{\hat{\omega}_1} \frac{\sin^2 \theta}{\sin^2 \theta + (\omega_1^2 / \hat{\omega}_1^2) \cos^2 \theta} \end{aligned} \quad (18)$$

식 (18)은 주파수 ω_1 에 대한 주기적인 함수이므로 1주기 동안 평균하면 평균 주파수 적응 에러 $\tilde{\omega}_{1a}$ 는 식 (19)와 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\omega}}_{1a} &= -\epsilon \frac{(\hat{\omega}_{1a}^2 - \omega_1^2)}{\hat{\omega}_{1a}} \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{\sin^2 \theta d\theta}{\sin^2 \theta + (\omega_1^2 / \hat{\omega}_{1a}^2) \cos^2 \theta} \\ &= -\epsilon \frac{(\hat{\omega}_{1a}^2 - \omega_1^2)}{\hat{\omega}_{1a}} \frac{\hat{\omega}_{1a}}{(\hat{\omega}_{1a} + \omega_1)} = -\epsilon \tilde{\omega}_{1a} \end{aligned} \quad (19)$$

$\epsilon > 0$ 이므로 $\tilde{\omega}_{1a}$ 은 점근적으로 0으로 수렴한다. 그리고 ϵ 이 작으면 정상 상태에서 $\hat{\omega}_1$ 는 느리게 변하므로 평균 이론에 의해 $\tilde{\omega}_1$ 은 0으로 수렴한다. $\hat{\omega}_1 = \omega_1$ 이 되면 식 (17)에서 $\bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$ 은 0이 된다.

정리 1에 의해 ϵ 이 작으면 제한된 주파수 적응 알고리즘에 의해 정상 상태에서 $\hat{\omega}_1$ 은 ω_1 으로 수렴하고 에러 $\bar{e}(t, \hat{\omega}_1, \epsilon)$ 는 0이 된다. 하지만 정리 1은 과도 상태에서의 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성을 보장할 수 없다.

III. 과도 응답 특성을 반영한 강인 적응 제어 알고리즘

$f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t))$ 는 상태 변수와 에러의 함수이기 때문에 전체 시스템의 과도 응답이 불안정하면 $f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t))$ 는 상대적으로 큰 값을 가지게 되어 작은 ϵ 에 대해서도 $\hat{\omega}_1$ 이 최대값과 최소값으로 포화될 가능성이 높다. 과도 응답이 빨리 안정화될수록 $f(e(t), \xi_1(t), \xi_2(t))$ 가 작아져서 정상 상태의 수렴 특성도 더 빨리 안정되고 일시적인 외란이 발생하여 $\hat{\omega}_1$ 이 ω_1 에서 벗어나더라도 다시 안정적으로 수렴하게 된다.

전체 시스템의 과도 응답 특성은 모델링 불확실성과 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 고유치 $\lambda_i(\hat{\omega}_1)$ 에 의해 영향을 받기 때문에 과도 응답 특성을 수학적으로 해석하기는 어렵다. 하지만 고유치 $\lambda_i(\hat{\omega}_1)$ 가 목표로 하는 특정 영역에 항상 존재하도록 피드백 제어를 설계함으로써 과도 응답 특성을 고려할 수 있다. 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 는 최대값 ω_{1H} 과 최소값 ω_{1L} 내에서 변하기 때문에 고유치 $\lambda_i(\hat{\omega}_1) = x_i + jy_i$ 가 특정 영역에 존재하도록 할 수 있다. 2차 선형 시스템에 인가된 스텝 입력에 대한 에러의 오버 슈트, 상승 시간, 안정화 시간에 대한 공식에서 고유치 $\lambda_i(\hat{\omega}_1)$ 가 존재해야 하는 3개의 특성 영역은 식 (20)과 같이 나타낼 수 있다[9].

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= \{\lambda = x + jy : x + |x|_{\min} < 0\} \\ \Omega_2 &= \{\lambda = x + jy : |\lambda| > |\lambda|_{\min}\} \\ \Omega_3 &= \{\lambda = x + jy : |\theta| < \theta_{\min}\}, \theta = (\pi - \tan^{-1}(y/x)) \end{aligned} \quad (20)$$

$|x|_{\min}$ 가 증가할수록 안정화 시간이 작아진다. $|x|_{\min}$ 이 0이면 전체 시스템이 강인 안정하기 위한 영역이 된다. 그리고 $|\lambda|_{\min}$ 이 증가할수록 상승 시

간이 작아지고 θ_{\min} 이 작아질수록 오버 슈트가 작아진다. 위의 영역들은 식 (21)의 LMI 영역으로 나타낼 수 있다.

$$\Omega_i = \{z \in C : \alpha_i + z\beta_i + \bar{z}\beta_i^T < 0\} \quad (21)$$

주파수 적응 알고리즘에 의해 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 가 시간에 따라 변하기 때문에 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 고유치도 시간에 따라 변하게 된다. 그러나 적응 주파수가 $\omega_{1L} \leq \hat{\omega}_1 \leq \omega_{1H}$ 내에서 변하기 때문에 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 고유치들이 특정 영역에 항상 존재하도록 피드백 제어를 설계할 수 있다. $\hat{\omega}_1$ 은 최대값과 최소값으로 제한되므로 식 (22)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{\omega}_1 &= \omega_{1n} + \delta(t)\omega_{1m}, |\delta(t)| \leq 1 \\ \omega_{1n} &= 0.5(\omega_{1H} + \omega_{1L}), \omega_{1m} = 0.5(\omega_{1H} - \omega_{1L}) \end{aligned} \quad (22)$$

$\hat{\omega}_1$ 은 공칭 주파수 ω_{1n} 와 불확실성 $\delta(t)\omega_{1m}$ 으로 간주될 수 있으므로 전체 시스템의 행렬 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 은 식 (23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\tilde{A}(\hat{\omega}_1) = \bar{A}(\omega_{1n}) + \bar{H}\Delta\bar{E} \quad (23)$$

$$\bar{A}(\omega_{1n}) = \begin{bmatrix} A_p - B_p D_c C_p & B_p C_c & 0 & B_p & B_p \\ -B_c C_p & A_c & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{1n} & 0 \\ -K_1 C_p & 0 & -\omega_{1n} & 0 & 0 \\ -K_2 C_p & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H_1 - B_p D_c H_2 & 0 & 0 \\ -B_c H_2 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_{1m} & 0 \\ -K_1 H_2 & 0 & -\omega_{1m} \\ -K_2 H_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \bar{E} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_p & 0 & 0 \\ 0 & \delta(t) & 0 \\ 0 & 0 & \delta(t) \end{bmatrix}, \|\Delta\| \leq 1$$

모델링 불확실성과 적응 주파수에 대해 식 (24)를 만족하는 대칭 행렬 $X_i > 0$ 가 존재하면 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 고유치 $\lambda_i(\hat{\omega}_1)$ 는 식 (21)의 LMI 영역에 존재하게 된다[10].

$$M_i = (\tilde{A}(\hat{\omega}_1), X_i) = Y_i(\omega_{1n}) + \beta_i \otimes (\bar{H}\Delta\bar{E}X_i) + \beta_i^T \otimes (\bar{H}\Delta\bar{E}X_i)^T$$

$$Y_i(\omega_{1n}) = \alpha_i \otimes X_i + \beta_i \otimes (\bar{A}(\omega_{1n})X_i) + \beta_i^T \otimes (\bar{A}(\omega_{1n})X_i)^T \quad (24)$$

\otimes 는 행렬의 크로네커 곱(Kronecker product)을 나타낸다. 적응 주파수가 식 (22)와 같이 표현되므로 식 (24)를 만족하는 하나의 조건은 [11]의 결과를 확장하여 식 (25)의 행렬 부등식으로 나타낼 수 있다.

$$\begin{bmatrix} Y_i(\omega_{1n}) & \beta_i \otimes \bar{H} & I \otimes \mu_i X_i \bar{E}^T \\ \beta_i^T \otimes \bar{H}^T & -\mu_i I & 0 \\ I \otimes \mu_i \bar{E} X_i & 0 & -\mu_i I \end{bmatrix} < 0, X_i > 0 \quad (25)$$

그래서 식 (25)를 만족하는 행렬 $X_i > 0$ 와 상수 $\mu_i > 0$ 가 존재하면 $\tilde{A}(\hat{\omega}_1)$ 의 모든 고유치들이 식 (21)의 LMI 영역에 항상 존재하게 된다. 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 가 과도 상태에서 안정적인 수렴 특성을 가지기 위해서는 $\xi_1(t)$, $\xi_2(t)$, $e(t)$ 가 적절한 오버 슈트나 안정화 시간을 갖도록 피드백 제어기는 설계되어야 한다. 오버 슈트가 없으면 안정화 시간이 너무 길어지고 오버 슈트가 크면 적응 주파수가 최대값 또는 최소값으로 포화 가능성이 높아진다.

식 (20)의 3개의 특성 영역을 하나의 LMI 영역으로 근사화하면 식 (25)는 1개의 행렬 부등식이 되지만 식 (25)을 만족하는 제어기 영역이 작아진다. 그리고 식 (25)에는 피드백 제어기 행렬 A_c, B_c, C_c, D_c 또는 적응 제어기 게인 K_1, K_2 와 행렬 $X_i > 0$ 의 곱 항들이 포함되어 있기 때문에 LMI 방법을 적용하여 식 (25)를 만족하는 피드백 제어기를 설계할 수 없다. 그래서 이 연구에서는 LMI 방법과 PSO 방법 [12]을 결합한 최적화 알고리즘을 구성하여 피드백 제어기와 적응 제어기 게인을 구한다. 피드백 제어기 계수들과 적응 제어기 게인 K_1, K_2 을 PSO 방법의 개체로 사용하면 식 (25)는 선형 행렬 부등식이 되어 LMI 방법을 적용할 수 있다. 그래서 안정화 시간은 LMI 영역으로 설정하고 오버 슈트는 PSO 방법에서 식 (26)과 같이 목표 함수로 설정하면 두 영역을 모두 고려할 수 있다.

$$J = \max_{1 \leq i \leq N} (\pi - \tan^{-1}(y_i/x_i)) \quad (26)$$

그림 2는 LMI 방법과 PSO 방법을 결합한 최적화 알고리즘의 흐름도를 나타낸다. 제어기 파라미터 계수, 적응 제어기 게인 K_1, K_2 , 상수 $\mu_i > 0$ 를 PSO 알고리즘의 개체 요소들로 설정하고 최대값과 최소값을 설정한다.

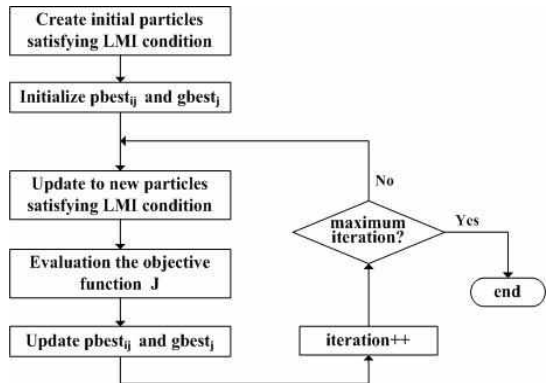


그림 2. LMI 방법과 PSO 방법을 결합한 최적화 알고리즘의 흐름도

Fig. 2. Flow chart of an optimization algorithm that combines LMI method and PSO method

① 초기 개체를 최대값과 최소값의 범위 내에서 랜덤으로 생성하고 피드백 제어기 행렬을 구성한다. 생성된 피드백 제어기 행렬과 적응 제어기 게인 K_1, K_2 , 상수 μ_i 를 식 (25)에 대입하고 식 (25)를 만족하는 $X_i > 0$ 이 존재하면 초기 개체로 사용한다. 초기 개체들에 대해 식 (26)의 목표 함수가 최소가 되는 개체를 $Pbest_{ij}$, 최소값을 $Gbest_j$ 로 설정한다.

② 기존 개체 $Z_{ij}(k)$ 에 랜덤으로 생성되는 $V_{ij}(k)$ 을 더하여 식 (27)과 같이 새로운 개체 $Z_{ij}(k+1)$ 를 생성한다.

$$V_{ij}(k+1) = \rho V_{ij}(k) + 0.5 \times \text{rand} \times (Pbest_{ij} - Z_{ij}(k)) + 0.5 \times \text{rand} \times (Gbest_j - Z_{ij}(k))$$

$$Z_{ij}(k+1) = Z_{ij}(k) + V_{ij}(k) \quad (27)$$

ρ 는 반복 횟수(k)에 따라 최대값에서 최소값으로 균등하게 변한다. 생성된 개체로부터 제어기 행렬을

구하고 식 (25)를 만족하는 $X_i > 0$ 이 존재하면 갱신 개체로 사용한다.

③ 갱신된 개체에 대해 식 (26)의 목표 함수가 최소가 되는 개체를 구하고 G_{best_j} 와 비교하여 더 작으면 $P_{best_{ij}}$ 와 G_{best_j} 를 업데이트한다. 최대 반복 횟수가 아니면 ②과 ③의 과정을 반복한다.

최적화 알고리즘이 종료되면 최종 G_{best_j} 를 통해 식 (25)를 만족하고 식 (26)을 최소화하는 피드백 제어기와 적응 제어기 계인을 구할 수 있다.

제안된 강인 적응 제어 방법은 적응 제어기와 주파수 적응 알고리즘을 통해 정상 상태에서 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 가 실제 주파수로 수렴하고 정현파 외란의 영향이 제거된다. 그리고 과도 상태에서 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 안정적인 수렴 특성을 위해 전체 시스템의 고유치가 과도 응답 특성을 고려한 특정 영역에 존재하도록 LMI 방법과 PSO 방법을 결합한 최적화 알고리즘을 사용하여 피드백 제어기와 적응 제어기 계인을 설계한다.

IV. 시뮬레이션 결과

이 논문에서 제안된 다목적 강인 적응 제어 방법의 성능을 검증하기 위해 [11]의 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용하였다. 액추에이터는 계수 불확실성을 포함한 2차 시스템으로 모델링할 수 있고 상태 방정식과 행렬들은 식 (28)과 같이 나타낼 수 있다.

$$P(s) = \frac{[582.7, 600.5]}{s^2 + [60.6, 66.9]s + [153615, 169785]} \quad (28)$$

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 512 \\ -315.8 & -63.7 \end{bmatrix}, H_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 15.8 & 3.18 \end{bmatrix}, B_p = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_p = [1.16 \ 0], H_2 = [0.017 \ 0], E_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

트랙 추종 시스템은 센서 계인에 의해 증폭된 에러 $e_p(t) = K_p e(t)$ 가 측정 가능하기 때문에 증폭 에러가 피드백 제어기와 적응 제어기에 입력되고 주파수 적응 알고리즘도 식 (29)와 같이 증폭 에러에 의해 표현된다. 증폭 계인 K_p 는 4.86×10^6 로 설정하였다.

$$\dot{\hat{\omega}}_1 = \epsilon f(e_p(t), \xi_1(t), \xi_2(t)) = -\epsilon K_1 \frac{\xi_1(t) e_p(t)}{\xi_1^2(t) + \xi_2^2(t)} \quad (29)$$

정현파 외란의 주파수는 60 Hz에서 $\pm 20\%$ 인 최대 72 Hz, 최소 48 Hz 범위의 불확실성을 가진다고 가정한다. 시뮬레이션에서는 과도 상태에서 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성을 비교하기 위해 식 (30)의 두 LMI 영역을 고려하였다.

$$\Omega_1 = \{z \in C: 0.1 + 0.5z + 0.5\bar{z} < 0\} \quad (30)$$

$$\Omega_2 = \{z \in C: 50 + 0.5z + 0.5\bar{z} < 0\}$$

영역 Ω_1 은 $x + 0.1 < 0$ 인 영역으로 강인 안정성만을 고려한 영역이고 영역 Ω_2 은 $x + 50 < 0$ 인 영역으로 강인 안정성과 안정화 시간의 성능을 고려한 영역이다. 영역 Ω_1 에 대해 식 (25)를 만족하면서 식 (26)이 최소화되는 피드백 제어기와 적응 제어기 계인을 구하면 식 (31)과 같고 영역 Ω_2 에 대해 피드백 제어기와 적응 제어기 계인을 구하면 식 (32)와 같다.

$$C_{f1}(s) = \frac{0.12s^2 + 497.2s + 1.26 \times 10^6}{s^2 + 2.0 \times 10^4 s + 1.26 \times 10^7} \quad (31)$$

$$K_1 = 106.8, K_2 = 18.9, J_{\min} = 1.242(35.5^\circ)$$

$$C_{f2}(s) = \frac{0.21s^2 + 960.8s + 5.4 \times 10^6}{s^2 + 2.3 \times 10^4 s + 2.0 \times 10^7} \quad (32)$$

$$K_1 = 99.5, K_2 = 31.5, J_{\min} = 1.259(36.9^\circ)$$

시뮬레이션은 MATLAB SIMULINK을 사용하였고 플랜트는 공칭 모델, 정현파 외란의 실제 주파수 ω_1 은 60 Hz, 크기 d_0 는 80 μm , d_1 은 200 μm , 적응 주파수의 초기값은 54 Hz를 사용하였다.

그림 3은 영역 Ω_1 에 대한 제어기 $C_{f1}(s)$ 를 전체 시스템에 적용했을 때의 ϵ 에 따른 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성을 나타낸다. ϵ 이 클수록 빨리 수렴하지만 $\epsilon = 20$ 일 때는 5 ms, $\epsilon = 30$ 일 때는 30 ms 동안 최대값 72 Hz로 포화되는 것을 알 수 있다. 안정적인 수렴 특성을 위해 $\epsilon = 10$ 으로 설정하였다.

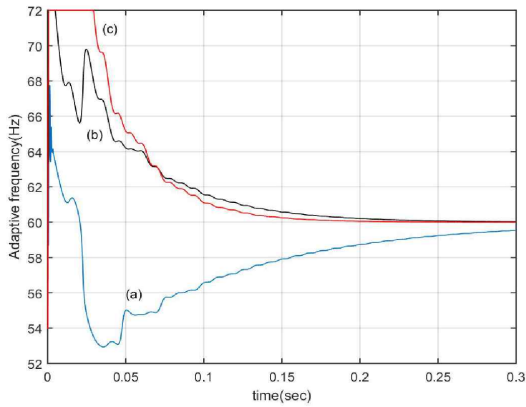


그림 3. (a) $\varepsilon=10$, (b) $\varepsilon=20$, (c) $\varepsilon=30$ 일 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성

Fig. 3. Convergence characteristics of the adaptive frequency $\hat{\omega}_1$ when (a) $\varepsilon=10$, (b) $\varepsilon=20$, (c) $\varepsilon=30$

그림 4는 제어기 $C_{f1}(s)$, $C_{f2}(s)$ 를 트랙 추종 시스템에 적용했을 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성을 나타낸다. $C_{f1}(s)$ 에 의한 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 안정화 시간은 약 0.35초이고 $C_{f2}(s)$ 에 의한 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 안정화 시간은 약 0.15초이다. 상태 변수와 에러에 대한 안정화 시간 특성을 고려하여 설계된 $C_{f2}(s)$ 가 $C_{f1}(s)$ 보다 적응 주파수의 수렴 특성도 더 안정적인 것을 나타낸다.

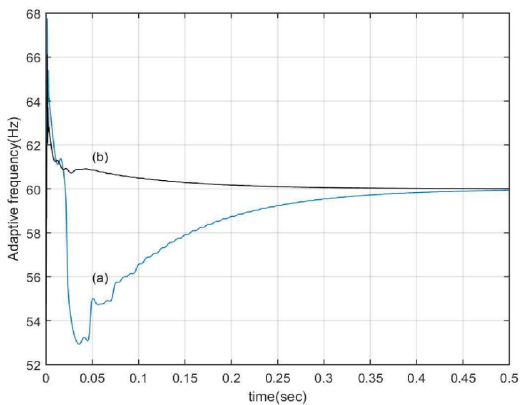


그림 4. (a) $C_{f1}(s)$, (b) $C_{f2}(s)$ 일 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성 비교

Fig. 4. Comparison of convergence characteristics of the adaptive frequency $\hat{\omega}_1$ when (a) $C_{f1}(s)$, (b) $C_{f2}(s)$

그림 5는 제어기 $C_{f2}(s)$ 에 대해 실제 주파수 ω_1 을 1초마다 60 Hz, 68 Hz, 60 Hz, 52 Hz, 60 Hz로 변화할 때의 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성을 나타낸다. 주파수가 상승하거나 하강하는 구간에도 안정적인 수렴 특성을 가지는 것을 알 수 있다. 일시적인 외란에 대한 주파수 적응 알고리즘과 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 성능을 검토하기 위해 그림 6의 사다리꼴 형태의 일시적인 외란을 고려하였다.

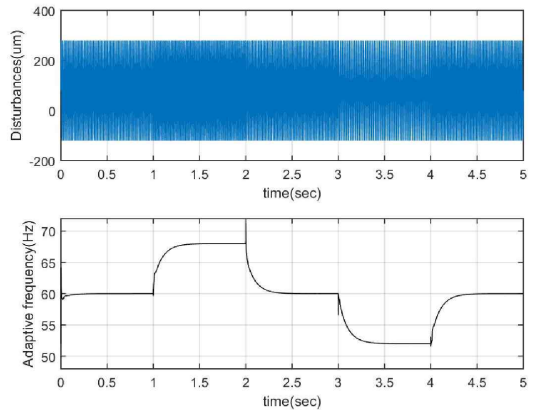


그림 5. 주파수 ω_1 변화에 따른 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성
Fig. 5. Convergence characteristics of the frequency $\hat{\omega}_1$ according to change of frequency ω_1

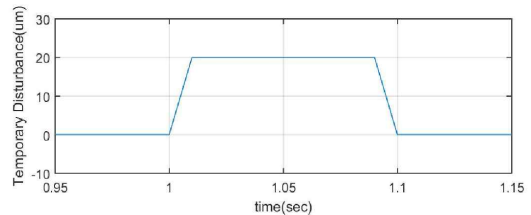


그림 6. 사다리꼴 형태의 일시적인 외란
Fig. 6. A trapezoidal temporary disturbance

그림 7과 8은 제어기 $C_{f1}(s)$, $C_{f2}(s)$ 를 적용했을 때의 일시적인 외란에 의한 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성과 에러를 나타낸다. 제어기 $C_{f2}(s)$ 일 때 일시적인 외란에 의한 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 과 에러의 벗어남이 약 50% 더 작고 더 빨리 안정화된다는 것을 알 수 있다.

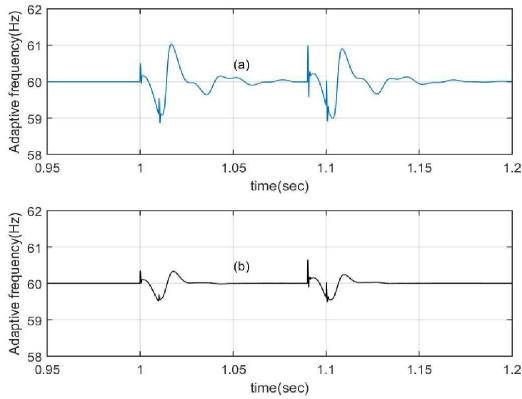


그림 7. (a) $C_{11}(s)$, (b) $C_{12}(s)$ 일 때의 일시적인 외란에 의한 적응 주파수 $\hat{\omega}_1$ 의 수렴 특성 비교

Fig. 7. Comparison of convergence characteristics of the adaptive frequency $\hat{\omega}_1$ due to temporary disturbance when (a) $C_{11}(s)$, (b) $C_{12}(s)$

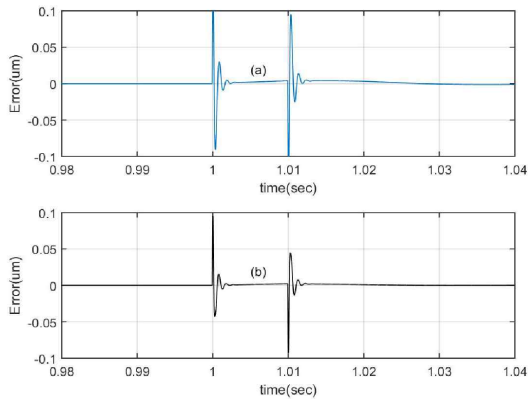


그림 8. (a) $C_{11}(s)$, (b) $C_{12}(s)$ 일 때의 일시적인 외란에 의한 에러 $e(t)$ 비교

Fig. 8. Comparison of the error $e(t)$ due to temporary disturbance when (a) $C_{11}(s)$, (b) $C_{12}(s)$

V. 결론 및 추후과제

이 논문에서는 불확실한 주파수의 정현파 외란을 안정적으로 제거하기 위한 다목적 강인 적응 제어 방법을 제안하였다. 제안된 주파수 적응 알고리즘과 적응 제어기는 정상 상태에서 안정적인 수렴 특성을 나타내었고 정현파 외란을 제거하였다. 전체 시스템의 고유치들이 과도 응답 특성을 고려한 특정 영역에 존재하도록 피드백 제어기를 설계함으로써 과도 상태와 일시적인 외란에 대해서도 적응 주파

수는 안정적인 수렴 특성을 나타내었다. LMI 방법과 PSO 방법을 결합한 최적화 알고리즘을 사용하여 제안된 강인 적응 제어 방법을 만족하는 제어기들을 설계하였다. 광디스크 드라이브의 트랙 추종 시스템에 적용한 시뮬레이션에서 과도 응답 특성을 고려한 제안된 제어 방법이 과도 응답 특성을 고려하지 않은 제어 방법보다 약 2.3배 안정화 시간이 더 짧았고 사다리꼴 형태의 일시적인 외란에 대해서도 적응 주파수와 에러의 벗어남이 약 50% 더 작고 더 빨리 안정화되었다. 추후과제는 여러 주파수의 정현파 외란이 존재하는 시스템에서 강인 적응 제어 알고리즘을 개발하는 것이다.

References

- [1] Z. Chu, W. Zhang, M. Zhu, and B. Chen, "A Robust Adaptive Cancellation of Unknown Sinusoidal Disturbance", *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, Vol. 67, No. 4, pp. 705-709, Apr. 2020. <https://doi.org/10.1109/acc.2015.7172167>.
- [2] M. Kamaldar and J. B. Hoagg, "Adaptive Harmonic Control for Rejection of Sinusoidal Disturbances Acting on an Unknown System", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 28, No. 2, pp. 277-290, Mar. 2020. <https://doi.org/10.1109/tcst.2018.2873283>.
- [3] W. Kim, H. Kim, C. C. Chung, and M. Tomizuka, "Adaptive Output Regulation for the Rejection of a Periodic Disturbance With an Unknown Frequency", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, Vol. 19, No. 5, pp. 1296-1304, Sep. 2011. <https://doi.org/10.1109/tcst.2010.2066276>.
- [4] H. Kim, H. Shim, and N. H. Jo, "Adaptive Add-on Output Regulator for Rejection of Sinusoidal Disturbances and Application to Optical Disc Drives", *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol. 61, No. 10, pp. 5490-5499, Oct. 2014. <https://doi.org/10.1109/tie.2014.2304920>.

- [5] S. Jafari, P. Ioannou, B. Fitzpatrick, and Y. Wang, "Robust and Performance of Adaptive Suppression of Unknown Periodic Disturbances", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 60, No. 8, pp. 2166-2171, Aug. 2015. <https://doi.org/10.1109/tac.2014.2383011>.
- [6] M. Zhang, Z. Liu, and H. Su, "Robust Adaptive Output Regulation for EV Dynamic Wireless Charging System With Sinusoidal Disturbance of Unknown Frequency", IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 71, No. 7, pp. 7301-7311, Jul. 2024. <https://doi.org/10.1109/tie.2023.3308131>.
- [7] J. Stewart and P. Ioannou, "Rejection of Sinusoidal Disturbances With Unknown Slowly Time-Varying Frequencies for Linear Time-Invariant Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 69, No. 8, pp. 5531-5537, Aug. 2024. <https://doi.org/10.1115/1.4064748>.
- [8] R. Marino and P. Tomei, "Global Estimation of n Unknown Frequencies", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 47, No. 8, pp. 1324-1328, Aug. 2002. <https://doi.org/10.1109/cdc.2000.912008>.
- [9] M. Lee and H. K. Lee, "Design of a Robust Controller Using Genetic Algorithms and LMI Design Method", Journal of Control, Automation, and Systems Engineering, Vol. 17, No. 7, pp. 619-624, Jul. 2011. <https://doi.org/10.5302/j.icros.2011.17.7.619>.
- [10] M. Chilali and P. Gahinet, " H^∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 41, No. 3, pp. 358-367, Mar. 1996. <https://doi.org/10.1109/cdc.1994.410998>.
- [11] M. Lee, "A Robust Optimal Controller Design for the Stable Track-Following Control", Journal of Korean Institute of Information Technology, Vol. 12, No. 11, pp. 13-21, Nov. 2014. <https://doi.org/10.14801/kitr.2014.12.11.13>.
- [12] J.-H. Shin and M. Lee, "PSO-Based adaptive

neural control for trajectory tracking of a mobile robot", Journal of Control, Automation, and System Engineering, Vol. 26, No. 6, pp. 506-516, Jun. 2020. <https://doi.org/10.5302/j.icros.2020.20.0052>.

저자소개

이 문 노 (Moonnoh Lee)



1991년 2월 : 경북대학교
전자공학과(공학사)
1993년 2월 : KAIST
전기및전자공학과(공학석사)
1998년 8월 : KAIST
전기및전자공학과(공학박사)
2001년 9월 ~ 현재 : 동의대학교

컴퓨터공학과 교수

관심분야 : 강인 제어, 적응 제어, 임베디드 시스템,
지능형 로봇틱스, 결합 허용 시스템