

과거계수 벡터를 이용한 부호 부밴드 적응 필터

정재진*

Sign Subband Adaptive Filter with Reusing Coefficient Vectors

JaeJin Jeong*

이 연구는 금오공과대학교 대학 연구과제비로 지원되었음(2024, 2025)

요약

본 논문은 과거 계수 벡터 재사용 기법을 이용한 새로운 부호 부밴드 적응 필터(SSAF) 알고리즘을 제안한다. 제안된 방법은 L_1 -노름 기반 오차 최소화와 L_2 -노름 제약 조건을 결합하여 설계되었으며, 계수 벡터와 과거 계수 벡터 간의 거리 제약을 규제함으로써 기존 SSAF 대비 정상 상태 평균 제곱 편차를 효과적으로 감소시켰다. 시뮬레이션 결과 제안된 알고리즘은 상관성이 높은 입력 신호 및 충격 잡음 환경에서 우수한 수렴 성능을 달성하였으며, 시스템 파라미터 변화 환경에서도 우수한 성능을 입증하였다.

Abstract

This paper proposes a new Sign Subband Adaptive Filter (SSAF) algorithm incorporating a reusing coefficient vector technique. The proposed method combines L_1 -norm minimization of the error with a squared L_2 -norm constraint, regulating the squared distance between current and past weight vectors to reduce the steady-state mean-square deviation compared to conventional SSAF. Simulation results demonstrate that the proposed algorithm achieves excellent convergence performance and superior tracking performance.

Keywords

adaptive filter, normalized sign algorithm, impulsive noise, system identification

1. 서론

적응 필터 알고리즘은 신호 처리, 통신, 생체 신호 분석 등 다양한 분야에서 광범위하게 활용되고 있다[1]-[3]. 이 중 NLMS(Normalized Least Mean Square) 알고리즘은 낮은 계산 복잡도와 구현의 용

이성으로 인해 대표적인 방법으로 자리매김하였다. 그러나 NLMS 알고리즘은 상관성이 높은 입력 신호(Correlated input) 또는 충격 잡음(Impulsive noise) 환경에서 성능 저하를 보이는 한계가 있다[1][2].

상관된 입력 신호 문제를 해결하기 위해 다중 부밴드 제약 최적화를 기반으로 한 정규화 부밴드 적

* 국립금오공과대학교 전자공학부 교수
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3684-3179>

· Received: Apr. 01, 2025, Revised: Apr. 30, 2025, Accepted: 03, May 2025
· Corresponding Author: JaeJin Jeong
School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology
Tel.: +82-54-478-7503, Email: jeong@kumoh.ac.kr

응 필터(NSAF) 알고리즘이 제안되었다[2]. NSAF는 SAF의 상관 제거 특성을 통해 NLMS 대비 빠른 수렴 속도를 가진다.

충격 잡음 환경에서는 L_1 -노름 최소화 기반의 강인한 알고리즘 연구가 진행되었다[4]-[6]. 대표적인 SA(Sign algorithm)는 오차 신호의 부호 정보만을 활용하여 충격 잡음에 대한 강인성을 향상시켰으며, 이를 확장한 SSAF(Sign SAF)는 상관성이 높은 입력 신호 및 충격 잡음 환경에서 수렴 속도와 강인성을 동시에 개선하였다[6].

적응 필터의 오조정(Misadjustment)를 줄이기 위해 과거 계수 벡터를 재사용하는 기법이 도입되었다[7][8]. 이 방법은 갱신된 계수 벡터와 과거 계수 벡터 간의 L_2 -노름을 이용하여 기존 알고리즘 대비 성능 향상을 달성하였다[7][8].

본 논문에서는 수렴 성능 향상을 위해 과거 계수 벡터 재사용 기법을 도입하여 새로운 SSAF 알고리즘을 제안한다. 제안된 알고리즘은 계수 벡터와 과거 계수 벡터 간 거리의 L_2 -노름 제약을 제약 조건으로 설정하고, 오차 함수의 L_1 -노름을 최소화하는 방식으로 설계되었다. 이를 상관된 입력 신호 및 충격 잡음 환경 시뮬레이션을 통해 SSAF 대비 우수한 성능을 보임을 입증하였다.

II. 부호 부밴드 적응 필터

시스템의 출력 신호는 아래와 같이 표현된다.

$$d(n) = \mathbf{w}_{opt}^T \mathbf{u}_n + \eta(n) \quad (1)$$

여기서 $\mathbf{w}_{opt} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 은 최적 계수 벡터, $(\cdot)^T$ 는 벡터 또는 행렬의 전치, $\eta(n)$ 은 측정 잡음, $\mathbf{u}_n = [u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)]^T \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ 은 입력 신호 벡터를 각각 나타낸다. 그림 1은 부호 부밴드 적응 필터의 구조를 보여준다[2]. 부밴드 신호 $d_i(n)$ 과 $u_i(n)$ 는 각각 분석 필터 뱅크 $H_i(z)$ 를 통해 목표 신호 $d(n)$ 과 입력 신호 $u(n)$ 를 필터링하여 얻어진다. 여기서 $i = 0, 1, \dots, N-1$ 는 부밴드 인덱스, N 은 부밴드 수를 의미한다. 부밴드 출력 신호는 다운 샘플링을 통해 얻어지며, $d_{i,D}(k) = d_i(kN)$ 과 같다.

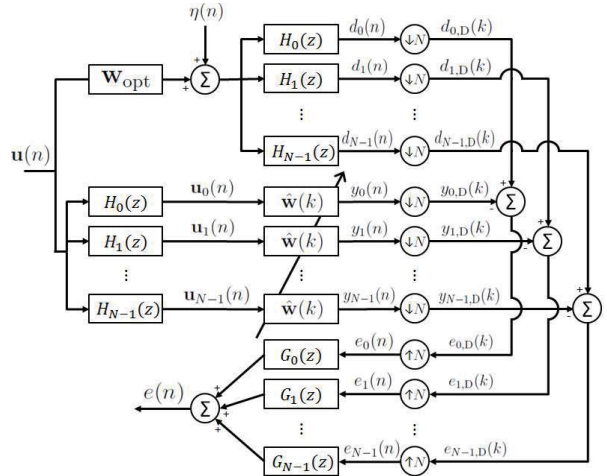


그림 1. 부밴드 적응 필터의 구조 [2]

Fig. 1. Structure for the subband adaptive filter [2]

SSAF의 업데이트 식은 아래와 같다[6].

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \hat{\mathbf{w}}(k) + \mu \frac{\mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_D(k))}{\sqrt{\text{sgn}(\mathbf{e}_D^T(k)) \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_D(k))}} \quad (2)$$

여기서 μ 는 스텝사이즈, $\text{sgn}(\cdot)$ 은 부호 함수, 부밴드의 오차는 $e_{i,D}(k) = d_{i,D}(k) - \mathbf{u}_{i,D}(k) \hat{\mathbf{w}}(k)$, 오차 벡터는 $\mathbf{e}_D(k) = [e_{0,D}(k), e_{1,D}(k), \dots, e_{N-1,D}(k)]^T$, 입력 행렬은 $\mathbf{U}(k) = [\mathbf{u}_0(k), \mathbf{u}_1(k), \dots, \mathbf{u}_{N-1}(k)]$ 을 의미한다.

III. 제안된 알고리즘

제안된 알고리즘은 계수 벡터 $\hat{\mathbf{w}}(k+1)$ 와 과거 P 개의 계수 벡터 $\hat{\mathbf{w}}(k-p)$ ($p = 0, 1, \dots, P-1$) 간의 제곱 L_2 -노름 차이를 제약 조건으로, 사후 오차(a posteriori error) 벡터의 L_1 -노름 최소화 항과 결합하여 설계되었다. 해당 최적화 문제는 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} & \text{minimize } \|\mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1)\|_1 \quad (3) \\ & \text{subject to } \sum_{p=0}^{P-1} \|\hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k-p)\|_2^2 \leq \mu^2 \end{aligned}$$

여기서 P 는 과거 계수 벡터의 수를, $\|\cdot\|_1$ 은 L_1 -노름을, $\|\cdot\|_2$ 는 L_2 -노름을 각각 의미한다.

라그랑주 승수법(Lagrange multiplier method)을 적용하여 아래와 같은 비제약 비용 함수가 도출된다.

$$J = \| \mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1) \|_1 + \lambda \left(\sum_{p=0}^{P-1} \| \hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k-p) \|_2^2 - \mu^2 \right) \quad (4)$$

여기서 λ 는 라그랑주 승수를 나타낸다. 식 (4)를 계수 벡터 $\hat{\mathbf{w}}(k+1)$ 와 라그랑주 승수 λ 에 대해 각각 편미분하면 아래와 같은 식 (5)와 (6)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial J}{\partial \hat{\mathbf{w}}(k+1)} = -\mathbf{U}^T(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_p(k)) + 2\lambda \sum_{p=0}^{P-1} \hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k-p) = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \lambda} = \sum_{p=0}^{P-1} \| \hat{\mathbf{w}}(k+1) - \hat{\mathbf{w}}(k-p) \|_2^2 - \mu^2 = 0 \quad (6)$$

여기서 $\mathbf{e}_p(k) = \mathbf{d}_D(k) - \mathbf{U}^T(k) \hat{\mathbf{w}}(k+1)$ 는 사후 오차 벡터이다. 식 (5)와 (6)을 정리하면 제안된 알고리즘의 계수 업데이트 식을 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{\mathbf{w}}(k-p) + \frac{\mu \mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_p(k))}{\sqrt{\text{sgn}(\mathbf{e}_p^T(k)) \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_p(k))}} \quad (7)$$

식 (7)에서 사후 오차를 사전 오차(a priori error)로 근사[6]하면 최종 업데이트 식은 다음과 같다.

$$\hat{\mathbf{w}}(k+1) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \hat{\mathbf{w}}(k-p) + \frac{\mu \mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_D(k))}{\sqrt{\text{sgn}(\mathbf{e}_D^T(k)) \mathbf{U}^T(k) \mathbf{U}(k) \text{sgn}(\mathbf{e}_D(k))}} \quad (8)$$

IV. 컴퓨터 시뮬레이션

제안된 알고리즘의 성능을 검증하기 위해 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 적응 필터의 탭 수는 512로 설정하였으며, 최적 계수 벡터와 동일한 길이를 가진다고 가정하였다.

입력 신호는 평균 0, 분산 1의 백색 가우시안 랜덤 신호를 1차 자기회귀 필터 $G(z) = 1/(1 - 0.9z^{-1})$ 를 통과시켜 상관성을 부여하였다. 부밴드 수 $N=4$ 인 코사인 변조 필터 बैं크를 적용하여 입력 신호를 분해하였다. 시스템 출력에는 신호 대 잡음비(SNR) 10 dB의 백색 가우시안 잡음을 추가하였고, 신호 대 간섭비(SIR) -10 dB의 베르누이-가우시안 모델을 적용하여 충격 잡음도 추가하였다. 성능 평가 지표로 NMSD(Normalized MSD)를 사용하였으며, $\text{NMSD} = 20 \log_{10} (\| \mathbf{w}_{\text{opt}} - \hat{\mathbf{w}}(k) \| / \| \mathbf{w}_{\text{opt}} \|)$ 로 정의된다. 모든 알고리즘 비교에는 동일한 스텝 사이즈($\mu=0.05$)를 적용하였고, 결과는 30번 이상의 독립적인 시뮬레이션 평균값으로 산출하였다.

그림 2는 기존 SSAF 알고리즘과 제안된 알고리즘의 NMSD 학습 곡선을 다양한 P (과거 계수 벡터의 수)값에 대해 비교한다. 그림 2(a)는 기존 SSAF를, 그림 2(b)-(d)는 $P=2,3,4$ 에 대해 제안 알고리즘의 성능을 나타낸다. 제안된 알고리즘은 기존 SSAF보다 낮은 정상 상태 NMSD를 달성한다. 또한, 과거 계수 벡터의 재사용 횟수가 증가함에 따라 정상 상태 NMSD는 더욱 감소하는 반면, 수렴 속도는 소폭 저하되는 양상을 보인다.

적용 알고리즘의 추적 성능은 시스템 변화에 대한 견고성을 평가하는 핵심 요소이다. 특히 음향 에코 제거와 같은 분야에서는 신속한 추적 능력이 중요한 요소이다[9].

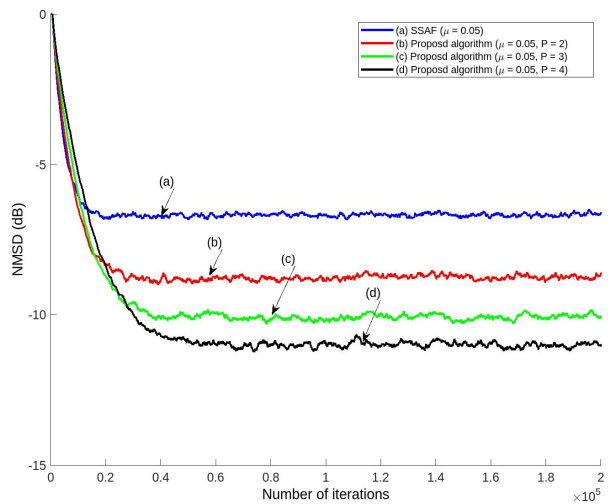


그림 2. SSAF와 다양한 P 값에 따른 제안된 알고리즘의 NMSD 학습 곡선

Fig. 2. NMSD learning curves of SSAF and proposed algorithm for various values of P

그림 3에서는 20,000번째 반복 시점에 시스템 파라미터를 의도적으로 변경한 추적 성능 실험 결과를 제시한다. 이때 시스템 파라미터 변경은 기존 최적 계수 벡터에 -1 을 곱하여 $-w_{opt}$ 로 변환하는 방식으로 수행하였다. 시뮬레이션 결과 $P=2$ 일 때 제안 알고리즘은 기존 SSAF와 유사한 속도를 유지하면서도 정상 상태 NMSD를 2dB 감소시켰으며, 이는 시스템 변화에 대한 우수한 적응력을 입증한다.

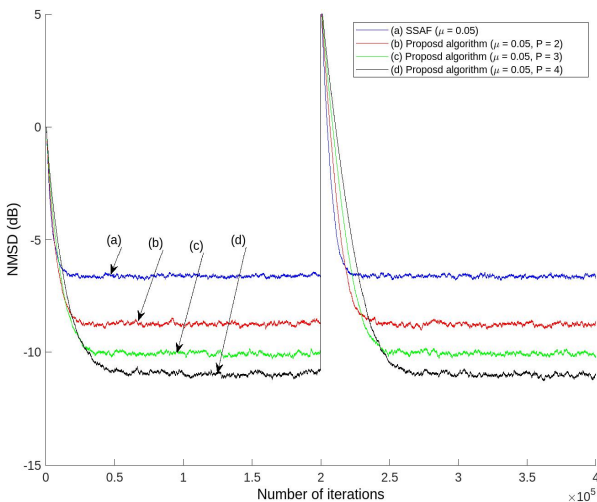


그림 3. 추적 성능 비교를 위한 NMSD
Fig. 3. NMSD learning curve for system change

V. 결론

본 논문에서는 충격 잡음 및 상관된 입력 신호가 존재하는 환경에 적용 가능한 새로운 SSAF 알고리즘을 제안하였다. 제안된 방법은 L_1 -노름 기반 오차 최소화와 L_2 -노름 제약 조건을 결합하여 설계되었으며, 계수 벡터의 과거 정보를 규제함으로써 기존 SSAF 대비 정상 상태 성능을 개선하였다. 시뮬레이션 결과 제안된 알고리즘은 상관된 입력 신호 및 충격 잡음 환경에서 기존 SSAF 대비 우수한 수렴 성능과 강인성을 달성하였다. 시스템 파라미터의 변화가 발생하는 동적 환경에서도 안정적인 추적 성능을 입증하였다. 향후 연구에서는 다양한 실용 환경에서의 확장성 및 이론적 성능 분석을 심화할 계획이다.

References

- [1] A. H. Sayed, "Fundamentals of adaptive filtering", John Wiley & Sons, Jan. 2003.
- [2] K. A. Lee, W. S. Gan, and S. M. Kuo, "Subband Adaptive Filtering: Theory and Implementation", John Wiley & Sons, Apr. 2009. <https://doi.org/10.1002/9780470745977>.
- [3] B. P. Mishra, T. Panigrahi, A. M. Wilson, and S. L. Sabat, "Nonlinear channel estimation based on robust distributed Hammerstein spline adaptive technique in wireless sensor network", Digital Signal Processing, Vol. 132, pp. 103791, Feb. 2023. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2022.103791>.
- [4] O. Arikan, A. E. Cetin, and E. Erzin, "Adaptive filtering for non-Gaussian stable processes", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 1, No. 11, pp. 163-165, Nov. 1994. <https://doi.org/10.1109/97.335063>.
- [5] C. Kwong, "Dual sign algorithm for adaptive filtering", IEEE Transactions on Communications, Vol. 34, No. 12, pp. 1272-1275, Dec. 2003. <https://doi.org/10.1109/TCOM.1986.1096490>.
- [6] J. Ni and F. Li, "Variable regularisation parameter sign subband adaptive filter", Electronics Letters, Vol. 46, No. 24, pp. 1605-1607, Dec. 2010. <https://doi.org/10.1049/el.2010.2406>.
- [7] H. Cho, C. W. Lee, and S. W. Kim, "Derivation of a new normalized least mean squares algorithm with modified minimization criterion", Signal Processing, Vol. 89, No. 4, pp. 692-695, Apr. 2009. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2008.10.026>.
- [8] S. Kim, J. Lee, and W. Song, "A noise-resilient affine projection algorithm and its convergence analysis", Signal Processing, Vol. 121, pp. 94-101, Apr. 2016. <https://doi.org/10.1016/j.sigpro.2015.11.001>.
- [9] J. Benesty, H. Rey, L. R. Vega, and S. Tressens, "A nonparametric VSS NLMS algorithm", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 13, No. 10, pp. 581-584, Oct. 2006. <https://doi.org/10.1109/LSP.2006.876323>.