

잡음에 강인한 다중 주파수 추정 알고리즘

신재욱*

A Robust Multiple Frequency Estimation Algorithm with Impulsive Noise

JaeWook Shin*

이 연구는 금오공과대학교 학술연구비로 지원되었음(2021)

요약

주파수 추정 알고리즘은 통신, 신호처리, 의공학 등 다양한 분야에서 필요한 중요한 기술 중 하나이다. 최근 이산 푸리에 변환 기반 알고리즘보다 작은 계산량을 가지면서 높은 해상도의 추정 성능을 얻을 수 있는 적응 노치필터 기반의 주파수 추정 알고리즘이 제안되었다. 본 논문에서는 충격성 잡음 환경에서도 강인하게 다중 주파수를 추정할 수 있는 적응노치필터 기반의 알고리즘을 제안한다. 제안하는 알고리즘은 입력신호를 다중 주파수 입력신호로 모델링하여 유도하였고 충격성 잡음에도 강인하게 동작하기 위해 maximum correntropy criterion 기반의 단일 주파수 추정 알고리즘을 사용하여 알고리즘 구조를 설계하였다. 제안된 알고리즘은 다중 주파수 입력과 충격성 잡음 환경에서도 우수한 성능을 가지며 이를 확인하기 위해 본 논문에서는 시뮬레이션을 통해 기존 알고리즘과 주파수 추정 성능을 비교하였다.

Abstract

Frequency estimation algorithm is one of the important techniques required in various fields such as communication, signal processing, and biomedical engineering. Recently, an adaptive notch filter-based frequency estimation algorithm has been proposed, which achieves a higher estimation performance with a smaller computational burden compared to the discrete Fourier transform-based algorithms. In this paper, we propose an adaptive notch filter algorithm that can robustly estimate multiple frequencies under impulsive noise environments. The proposed algorithm models the input signal as a multiple frequency input signal and designs the algorithm structure using a single frequency estimation algorithm based on the maximum correntropy criterion to ensure robust operation with impulsive noise. The proposed algorithm has excellent performance in both multiple frequency inputs and impulsive noise environments, and to verify this, we compare the frequency estimation performance with existing algorithms.

Keywords

frequency estimation, adaptive filter, robust algorithm, impulsive noise

* 금오공과대학교 전자공학부 조교수
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3765-6009>

• Received: Jun. 15, 2023, Revised: Jul. 07, 2023, Accepted: Jul. 10, 2023
• Corresponding Author: JaeWook Shin
Dept. of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology 61
Daehak-ro (yangho-dong), Gumi, Gyeongbuk 39177, Korea
Tel.: +82-54-478-7479, Email: shinshingo@kumoh.ac.kr

I. 서 론

주파수 추정 알고리즘은 통신, 신호처리, 전력 시스템 및 의공학과 같은 다양한 분야에서 필요한 기술 중 하나이다[1]-[3]. 일반적으로 단일 주파수 추정에는 이산 푸리에 변환(DFT, Discrete Fourier Transform)을 기반으로 한 알고리즘이 주로 사용되고 있다. 하지만 DFT 기반 알고리즘은 고해상도가 필요한 경우, 사용되는 메모리 크기와 계산량이 많이 증가하는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해, DFT에서 가장 큰 크기의 bin과 이웃하는 bin을 사용하여 보간을 통해 주파수를 추정하는 방법도 제안되었다[4].

최근에는 적응노치필터(ANF, Adaptive Notch Filter) 또는 대역통과필터(BPF, Bandpass Filter) 기반의 알고리즘이 제안되었다[5]-[7]. ANF 기반 알고리즘을 사용하면 작은 메모리와 낮은 계산 복잡도로 고해상도의 주파수 추정 결과를 얻을 수 있다. Liao는 2차 무한 임펄스 응답(IIR, Infinite Impulse Response) BPF와 필터 계수를 업데이트하는 적응필터로 구성된 oscillator 기반의 ANF 알고리즘(OSC-ANF)을 제안하였다[6]. OSC-ANF 알고리즘은 잡음이 존재하는 정현파 입력신호에도 강인하게 주파수를 추정할 수 있어 다양한 분야에서 활용되었다. 하지만 순간적으로 발생하는 충격성 잡음 환경에서는 큰 오차로 인해 알고리즘의 추정 성능이 크게 저하되는 단점이 있다. 이러한 단점을 극복하기 위해 MCC(Maximum Correntropy Criterion)[8] 기반의 새로운 OSC-ANF 알고리즘이 제안되었다[9]. 제안된 MCC-OSC-ANF 알고리즘은 입력신호 대비 신호의 크기가 큰 충격성 잡음 신호의 특징을 이용하여 충격성 잡음이 포함되는 경우 적응필터의 업데이트양을 크게 줄여 추정 오차를 줄일 수 있었다. 하지만 OSC-ANF와 MCC-OSC-ANF 알고리즘 모두 입력신호를 단일 주파수 성분으로 가정하였기 때문에 입력신호의 주파수 성분이 하나가 아닌 경우 주파수 추정 성능이 매우 나빠지는 단점이 있다.

본 논문에서는 [10]에서 영감을 받아 입력신호를 다중 주파수 성분으로 모델링하여 다중 주파수를 추정할 수 있고 충격성 잡음 환경에서도 강인하게 동작하는 새로운 주파수 추정 알고리즘을 제안한다.

II. 관련 연구

2.1 OSC-ANF 알고리즘

ANF 기반 주파수 추정 알고리즘(OSC-ANF)은 단일 주파수를 가지는 정현파 신호 $d(n)$ 과 잡음 신호 $v(n)$ 의 합을 입력신호 $u(n)$ 으로 사용한다.

$$d(n) = A \cos(n\omega_o) \quad (1)$$

여기서 A 와 ω_o 는 각각 정현파 신호의 크기와 각 주파수를 나타낸다. 2차 IIR BPF는 time-varying 필터로 적응알고리즘을 통해 중심주파수가 변경된다. BPF의 전달함수 $H(z, n)$ 와 출력 신호 $x(n)$ 은 아래와 같이 정의 된다.

$$H(z, n) = \frac{1-\beta}{2} \frac{1-z^{-2}}{1-\alpha(n)(1+\beta)z^{-1}+\beta z^{-2}} \quad (2)$$

$$x(n) = \alpha(n)(1+\beta)x(n-1) - \beta x(n-2) + \frac{1-\beta}{2}(u(n) - u(n-2)) \quad (3)$$

여기서 $\alpha(n) = \cos(\omega(n))$ 이고 BPF의 3-dB 대역폭은 $\Delta\omega_{3dB} = \cos^{-1}(2\beta/(1+\beta^2))$ 으로 β 를 이용하여 대역폭을 조절할 수 있다. 앞서 설명된 OSC-ANF의 구조는 그림 1에 잘 나타나 있다.

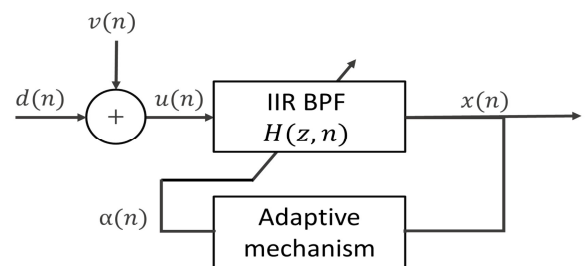


그림 1. ANF 기반 주파수 추정 알고리즘 구조
Fig. 1. ANF based frequency estimation algorithm structure

아래 비용함수를 이용하여 주파수 추정 알고리즘을 제안하였다[6].

$$J = E\{|e_{\alpha(n+1)}|^2\} \quad (4)$$

$$e_{\alpha(n+1)} = x(n) - 2\alpha(n+1)x(n-1) + x(n-2) \quad (5)$$

여기서 $E\{\cdot\}$ 은 기댓값을 나타낸다. 따라서 주파수 추정 알고리즘은 식 (4)를 최소화하는 $\alpha(n+1)$ 을 아래와 같이 구하였다.

$$\alpha(n+1) = \frac{E\{x(n) + x(n-2)\}}{2E\{x^2(n-1)\}} = \frac{Q_x(n)}{2P_x(n)} \quad (6)$$

여기서 $\alpha(n+1)$ 의 값을 기댓값을 통해 직접적으로 구하기 어렵기 때문에 아래와 같이 smoothing factor를 활용하여 그 값을 추정하여 사용한다.

$$Q_x(n) = (1-\mu)Q_x(n-1) + \mu\{x(n) + x(n-2)\} \quad (7)$$

$$P_x(n) = (1-\mu)P_x(n-1) + \mu x^2(n-1) \quad (8)$$

여기서 μ 는 smoothing factor로 그 값은 $0 < \mu < 1$ 을 가진다.

2.2 MCC 기반 주파수 추정 알고리즘

기존 ANF 기반 알고리즘의 경우 잡음 신호 $v(n)$ 가 평균이 0인 백색 가우시안 잡음으로 가정하였기 때문에 충격성 잡음 환경에서는 주파수 추정 성능이 저하된다. 따라서 이러한 문제를 극복하기 위해 아래와 같이 MCC 기반의 비용함수를 사용하여 새로운 주파수 추정 알고리즘(MCC-OSC-ANF)이 제안되었 [9].

$$J_{MCC}(\alpha(n+1)) = E\left\{\exp\left(\frac{-e_{\alpha(n+1)}^2}{2\sigma^2}\right)\right\} \quad (9)$$

새로운 비용함수 식 (9)를 최소화하는 $\alpha(n+1)$ 을 아래와 같이 구할 수 있다.

$$\alpha(n+1) = \frac{\bar{Q}_x(n)}{2\bar{P}_x(n)} \quad (10)$$

여기서 $\bar{Q}_x(n) = (1-\mu)\bar{Q}_x(n-1) + \mu\{x(n) + x(n-2)\}\bar{e}_{\alpha(n)}$, $\bar{P}_x(n) = (1-\mu)\bar{P}_x(n-1) + \mu \times x^2(n-1)\bar{e}_{\alpha(n)}$, $\bar{e}_{\alpha(n)} = \exp(-e_{\alpha(n)}^2/2\sigma^2)$.

MCC 기반의 비용함수를 사용한 알고리즘에서는

오차 신호 $e_{\alpha(n)}$ 를 주파수 추정 알고리즘에 직접적으로 사용하지 않고 지수함수를 활용함으로써 크기가 큰 충격성 잡음 환경에서는 $\bar{Q}_x(n)$ 와 $\bar{P}_x(n)$ 의 업데이트가 이루어지지 않도록 한다. 이를 통해 충격성 잡음 환경에서도 MCC-OSC-ANF는 강인하게 동작할 수 있다.

2.3 다중 주파수 추정 알고리즘(M-OSC-ANF)

앞서 소개된 두 주파수 추정 알고리즘은 $d(n)$ 을 단일 주파수를 가지는 정현파 신호로 가정하여 알고리즘을 유도하였기 때문에 크기가 유사한 다중 주파수를 가지는 신호에 대하여 매우 낮은 주파수 추정 성능을 가진다. 이러한 문제를 극복하기 위해 아래와 같이 입력신호를 K 개의 다중 주파수로 모델링하였다[10].

$$u(n) = \sum_{k=1}^K d_k(n) + v(n) = \sum_{k=1}^K A_k e^{j\omega_{o,k}n} + v(n) \quad (11)$$

그리고 K 개의 기존 적응노치필터에 추가적인 all-zero 필터를 이용하여 다중 주파수를 동시에 추정함으로써 성능을 개선한 알고리즘을 제안하였다.

III. MCC 기반 다중 주파수 추정 알고리즘

M-OSC-ANF 알고리즘은 다수의 주파수를 동시에 추정할 수 있지만 기존 적응노치필터 기반의 알고리즘을 사용하였기 때문에 충격성 잡음에 취약한 단점을 가지고 있다. 따라서 이러한 단점을 보완하기 위해 본 논문에서는 MCC기반의 다중 주파수 추정 알고리즘(M-MCC-OSC-ANF)을 제안한다.

M-MCC-OSC-ANF 알고리즘은 M-OSC-ANF와 유사한 구조로 되어 있지만 실숫값 체계 기반의 알고리즘을 제시한다. 따라서 입력신호를 아래와 같이 K 개의 cos신호의 합으로 모델링하여 사용하였다.

$$u(n) = \sum_{k=1}^K d_k(n) + v(n) = \sum_{k=1}^K A_k \cos(n\omega_{o,k}) + v(n) \quad (12)$$

그리고 K 개의 주파수 추정을 위해 K 개의 MCC-OSC-ANF 알고리즘을 아래와 같이 사용하였다.

$$\alpha_k(n+1) = \frac{\bar{Q}_{x,k}(n)}{2\bar{P}_{x,k}(n)} \quad (13)$$

여기서 $\bar{Q}_{x,k}(n) = (1-\mu)\bar{Q}_{x,k}(n-1) + \mu\{x_k(n) + x_k(n-2)\}\bar{e}_{\alpha_k(n)}$, $\bar{P}_{x,k}(n) = (1-\mu)\bar{P}_{x,k}(n-1) + \mu x_k^2(n-1)\bar{e}_{\alpha_k(n)}$, $\bar{e}_{\alpha_k(n)} = \exp(-e_{\alpha_k(n)}^2/2\sigma^2)$. 그리고 K 개의 오차 신호 $e_{\alpha_k(n+1)} = x_k(n) - 2\alpha_k(n+1)x_k(n-1) + x_k(n-2)$ 로 정의 된다.

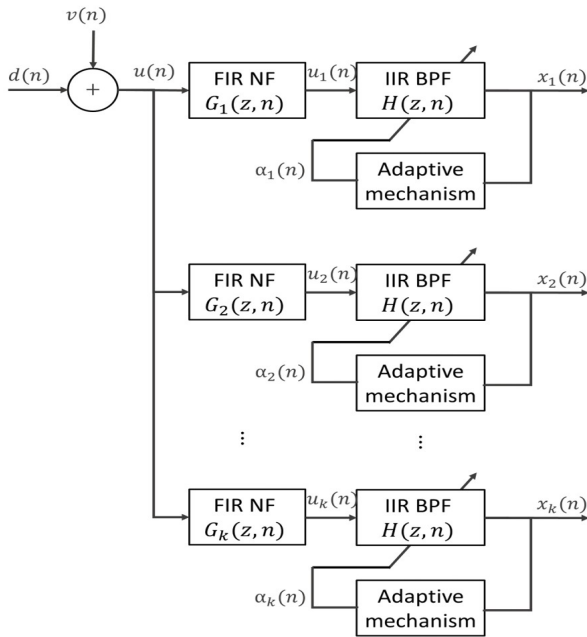


그림 2. 제안된 주파수 추정 알고리즘의 구조
Fig. 2. Structure of the proposed frequency estimation algorithm

또한 추정된 K 개의 주파수를 이용하여 각 MCC-OSC-ANF 알고리즘의 주파수 추정 성능의 향상을 위해 NF(Nulling Filter)를 사용하였다.

제안된 알고리즘에서 사용된 NF의 전달함수는 아래와 같다.

$$G_k(z, n) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K [1 - 2\alpha_i z^{-1} + z^{-2}] \quad (14)$$

NF를 이용하여 단일 주파수 추정과 동일한 환경이 될 수 있도록 알고리즘을 구성하였다. 이를 통해

기존 MCC-OSC-ANF의 성능 저하를 막고 다중 주파수를 추정할 수 있는 알고리즘 구조를 설계하였다. 자세한 알고리즘의 구조는 그림 2에 잘 나타나 있다.

IV. 실험결과

다중 주파수 추정 알고리즘의 성능을 확인하기 위해 추정하고자 하는 주파수의 수 K 를 2 또는 3으로 설정하고 컴퓨터 시뮬레이션을 수행하였다. 그리고 각 주파수의 크기 A_k 는 모두 $\sqrt{2}$ 로 동일하게 설정하였고 신호 대 잡음비는 5dB로 설정하였다. 또한 충격성 잡음 환경을 적용하기 위해 분산이 1000인 가우시안 잡음이 1%의 확률로 발생하도록 설정하였다. 제안하는 알고리즘과 기존 알고리즘의 성능을 비교하기 위해 평균자승오차(mean square error, MSE)를 다음과 같이 정의하였다.

$$MSE(n) = E\left\{\sum_{i=1}^K \|\omega_k(n) - \omega_{o,k}\|^2\right\} \quad (15)$$

여기서 $\omega_k(n) = \cos^{-1}(\alpha_k(n))$ 이고 MSE를 도출하기 위해 200번의 독립 시행한 값들의 앙상블 평균을 사용하였다. 제안하는 알고리즘을 위해 $\sigma^2 = 0.5$ 로 설정하였고 cascade and parallel ANF bank(CPANFB)[7] 알고리즘을 위해 파라미터를 $\rho = 0.95, \alpha = 0.98$ 로 설정하였다.

4.1 Case I : K=2

Case I은 추정하고자 하는 주파수의 숫자가 2인 경우에 대한 실험을 수행하였다. 이때 추정하고자 하는 주파수의 값은 $\omega_{o,1} = 0.2\pi, \omega_{o,2} = 0.6\pi$ 이며 8000 표본 이후에는 $\omega_{o,1} = 0.5\pi, \omega_{o,2} = 0.8\pi$ 로 주파수 값을 수정하여 알고리즘의 추적 성능을 평가하였다.

그림 3과 4는 충격성 잡음이 없는 환경에서의 실험 결과를 보여주고 있다. 실험 결과를 통해 μ 값의 크기에 따라 수렴속도와 정상상태 오차가 달라짐을 확인할 수 있으며 충격성 잡음이 없는 환경에서는 제안하는 알고리즘이 기존 CPANFB 알고리즘과 유사한 성능을 가지고 있음을 확인할 수 있다.

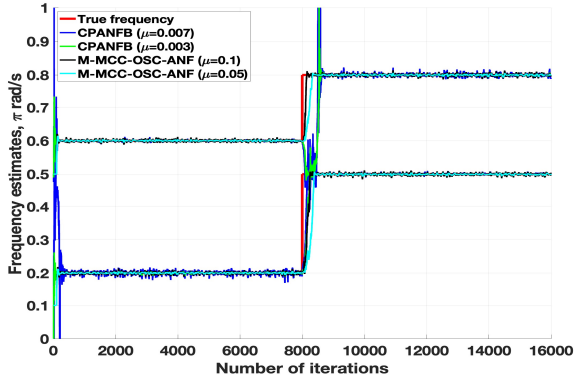


그림 3. 충격성 잡음이 없는 환경에서의 주파수 추정 결과(Case I)

Fig. 3. Frequency estimation performance without impulsive noise(Case I)

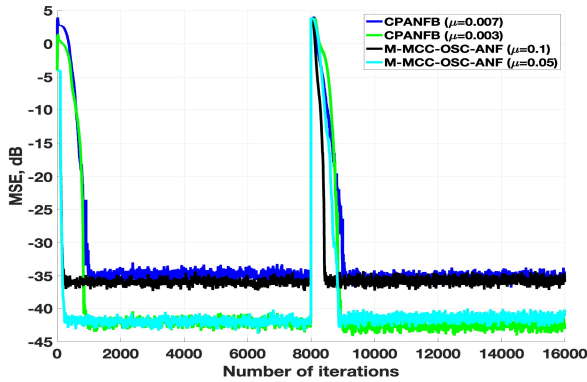


그림 4. 충격성 잡음이 없는 환경에서의 MSE 비교(Case I)
Fig. 4. MSE curves of algorithms without impulsive noise(Case I)

그림 5와 6은 충격성 잡음이 있는 환경에서의 실험 결과를 보여주고 있다. 기존 CPANFB 알고리즘의 경우 충격성 잡음이 발생하는 시점에서 주파수 추정 오차가 크게 발생함을 확인할 수 있다.

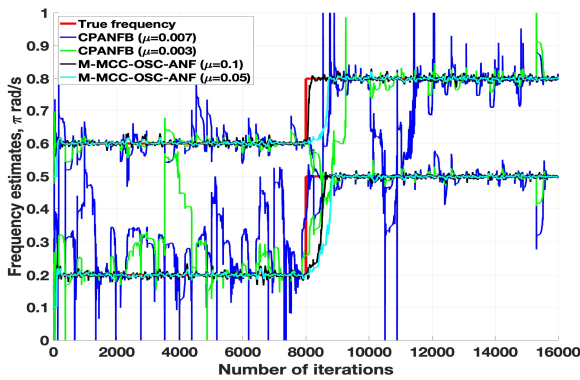


그림 5. 충격성 잡음이 있는 환경에서의 주파수 추정 결과(Case I)

Fig. 5. Frequency estimation performance with impulsive noise(Case I)

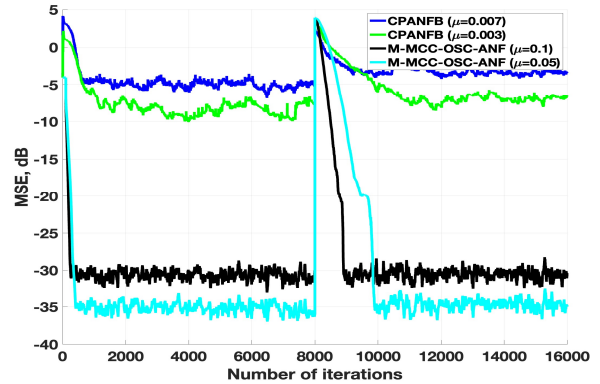


그림 6. 충격성 잡음이 있는 환경에서의 MSE 비교(Case I)
Fig. 6. MSE curves of algorithms with impulsive noise(Case I)

하지만 제안하는 알고리즘은 충격성 잡음의 발생에도 추정 오차가 상대적으로 매우 작음을 실험 결과를 통해 확인할 수 있다.

4.2 Case II : K=3

Case II는 추정하고자 하는 주파수의 숫자가 3인 경우에 대한 실험을 수행하였다. 이때 추정하고자 하는 주파수의 값은 $\omega_{o,1} = 0.2\pi$, $\omega_{o,2} = 0.4\pi$, $\omega_{o,3} = 0.6\pi$ 이며 8000 표본 이후에는 $\omega_{o,1} = 0.3\pi$, $\omega_{o,2} = 0.5\pi$, $\omega_{o,3} = 0.7\pi$ 로 주파수 값을 수정하여 알고리즘의 추적 성능을 평가하였다.

그림 7과 8은 충격성 잡음이 없는 환경에서의 제안하는 알고리즘의 성능을 확인할 수 있다.

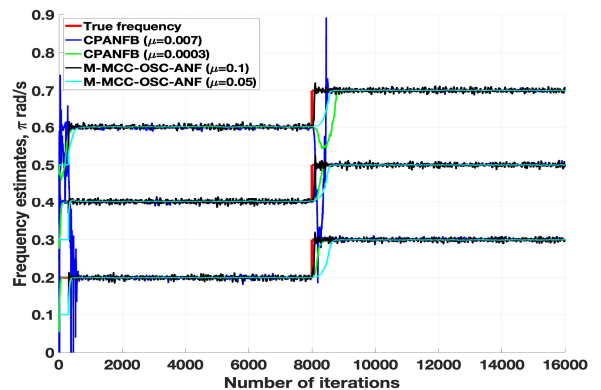


그림 7. 충격성 잡음이 없는 환경에서의 주파수 추정 결과(Case II)

Fig. 7. Frequency estimation performance without impulsive noise(Case II)

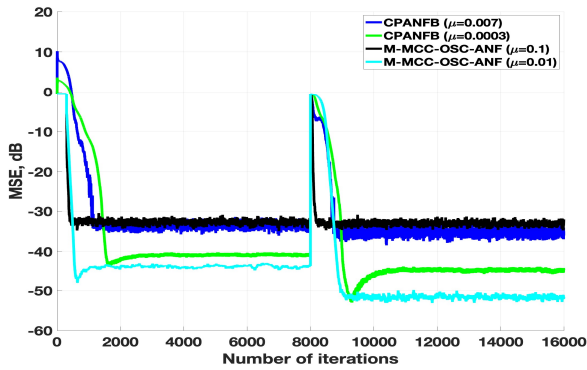


그림 8. 충격성 잡음이 없는 환경에서의 MSE 비교(Case II)
 Fig. 8. MSE curves of algorithms without impulsive noise(Case II)

그림 9와 10을 통해 충격성 잡음이 있는 환경에서의 주파수 추정 알고리즘의 성능을 확인할 수 있다. Case I에서의 실험 결과와 유사하게 제안하는 알고리즘의 주파수 추정 성능이 충격성 잡음이 있는 환경에서 기존 알고리즘과 비교하여 우수한 성능을 가지고 있다고 평가할 수 있다.

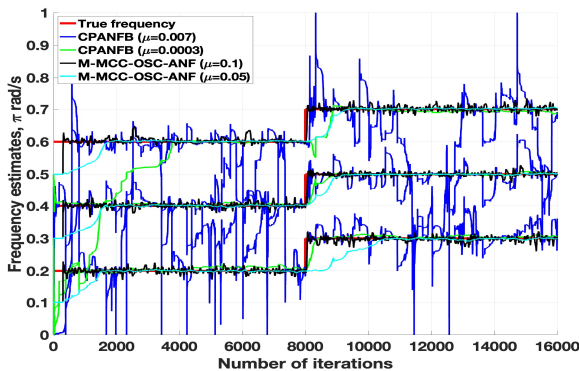


그림 9. 충격성 잡음이 있는 환경에서의 주파수 추정 결과(Case II)
 Fig. 9. Frequency estimation performance with impulsive noise(Case II)

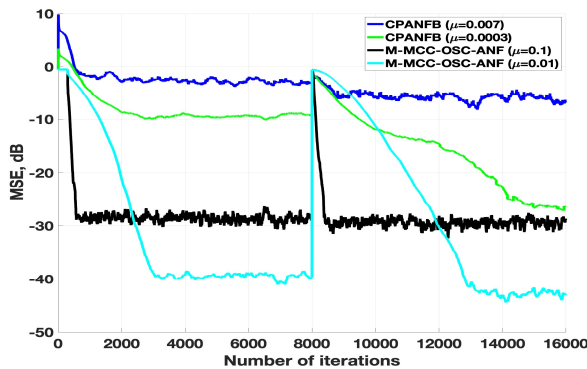


그림 10. 충격성 잡음이 있는 환경에서의 MSE 비교(Case II)
 Fig. 10. MSE curves of algorithms with impulsive noise(Case II)

V. 결론 및 향후 과제

본 논문에서는 충격성 잡음 환경에서도 강인하게 다중 주파수를 추정할 수 있는 적응필터기반 주파수 추정 알고리즘을 제안하였다. 제안된 알고리즘은 단일 주파수 추정 알고리즘인 MCC 기반의 M-OSC-ANF 알고리즘의 입력신호 모델에서 다중 주파수 입력신호를 고려하여 알고리즘 구조를 설계하였다. 이를 통해 다중 주파수 입력에도 우수한 성능을 가진 알고리즘을 개발하였고 시뮬레이션을 통해 기존 다중 주파수 추정 알고리즘과 비교하여 충격성 잡음 환경에서 강인하게 동작함을 보였다.

References

- [1] V. Lottici, M. Luise, C. Saccomando, and F. Spalla, "Blind carrier frequency tracking for filterbank multicarrier wireless communications", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 53, No. 10, pp. 1762-1772, Oct. 2005. <https://doi.org/10.1109/TCOMM.2005.855003>.
- [2] B.-K. Kwon, "Harmonic Estimation of Power Signal Based on Time-varying Optimal Finite Impulse Response Filter", *The Journal of Korean Institute of Information Technology*, Vol. 16, No. 11, pp. 97-103, Nov. 2018. <https://doi.org/10.14801/jkiit.2018.16.11.97>.
- [3] J. Shin and J. Cho, "Noise-Robust Heart Rate Estimation Algorithm from Photoplethysmography Signal with Low Computational Complexity", *Journal of Healthcare Engineering*, Vol. 2019, May 2019. <https://doi.org/10.1155/2019/6283279>.
- [4] E. Jacobsen and P. Kootsookos, "Fast, accurate frequency estimators [dsp tips & tricks]", *IEEE Signal Processing Magazine*, Vol. 24, No. 3, pp. 123-125, May 2007. <https://doi.org/10.1109/MSP.2007.361611>.
- [5] M. R. Petraglia, S. K. Mitra, and J. Szczupak, "Adaptive sinusoid detection using iir notch filters and multirate techniques", *IEEE Transactions on*

Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing, Vol. 41, No. 11, pp. 709-717, Nov. 1994. <https://doi.org/10.1109/82.331541>.

- [6] H.-E. Liao, "Two discrete oscillator based adaptive notch filters (osc anfs) for noisy sinusoids", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 53, No. 2, pp. 528-538, Feb. 2005. <https://doi.org/10.1109/TSP.2004.840813>.
- [7] W. Wu, Y. Xiao, J. Lin, L. Ma, and K. Khorasani, "An efficient filter bank structure for adaptive notch filtering and applications", IEEE/ACM Transactions on Audio, Speech, and Language Processing, Vol. 29, pp. 3226-3241, Oct. 2021. <https://doi.org/10.1109/TASLP.2021.3120600>.
- [8] B. Chen, L. Xing, J. Liang, N. Zheng, and J. C. Principe, "Steady-state mean-square error analysis for adaptive filtering under the maximum correntropy criterion", IEEE Signal Processing Letters, Vol. 21, No. 7, pp. 880-884, Jul. 2014. <https://doi.org/10.1109/LSP.2014.2319308>.
- [9] H. Baek, J. Cho, and J. Shin, "Variable step-size oscillator-based adaptive notch filter algorithm using maximum correntropy criterion", Electronics Letters, Vol. 54, No. 4, pp. 246-248, Feb. 2018. <https://doi.org/10.1049/el.2017.2978>.
- [10] J. V. Zaen, L. Uldry, C. Duchêne, Y. Prudat, R. A. Meuli, M. M. Murray, and J.-M. Vesin, "Adaptive tracking of EEG oscillations", Journal of neuroscience methods, Vol. 186, No. 1, pp. 97-106, Jan. 2010. <https://doi.org/10.1016/j.jneumeth.2009.10.018>.

저자소개

신재욱 (JaeWook Shin)



2008년 2월 : 경북대학교
전자전기컴퓨터공학부(공학사)

2010년 2월 : 포항공과대학교
전자전기공학과(공학석사)

2014년 8월 : 포항공과대학교
전자전기공학과(공학박사)

2014년 3월 ~ 2016년 12월 :

삼성전자 무선사업부 책임연구원

2017년 2월 ~ 2021년 2월 : 순천향대학교

의용메카트로닉스공학과 조교수

2021년 3월 ~ 현재 : 금오공과대학교 전자공학부 조교수

관심분야 : Adaptive filter, 음향신호처리, 생체신호처리,
임베디드 시스템