

최소 자승 정준형 상호 상관을 이용한 시간 지연 추정 알고리즘

임준석*, 편용국**

Time Delay Estimation Algorithm using Least Squares Canonical Cross Correlation

Junseok Lim*, Yong-Guk Pyeon**

본 논문은 2023년 정부(방위사업청)의 재원으로 국방기술진흥연구소의 지원을 받아 수행된 연구임(20-106-B00-003)

요 약

음원 위치추정은 수중 음향뿐만 아니라 실내 음향 및 로봇틱스에 이르기까지 다양한 분야에서 사용되는 기술이다. 음원의 위치추정을 위한 기법 중에 시간 지연 추정법이 있다. 시간 지연을 사용한 위치추정을 위해서 두 개 또는 그 이상의 수신기에 들어오는 신호 간의 상대적 시간 지연을 알아내야 한다. 본 논문에서는 두 수신기 사이 시간 지연 추정을 위해서 Least Squares CCA(Canonical Correlation Analysis)를 사용한 알고리즘을 제안한다. 그리고 Least Squares CCA를 사용한 방법을 기존의 일반 상관형 방법뿐 아니라 적응형 일반 고유치 방법을 사용하는 일반 CCA를 사용하는 방법과 비교하여 더 넓은 신호 대 잡음비 범위에서 높은 정확도가 보장됨을 보인다.

Abstract

Source localization is a technique used in various fields ranging from underwater acoustics to indoor acoustics and robotics. One technique for localizing sound sources is time delay estimation. It is necessary to determine the relative time delay between signals entering two or more receivers in order to perform localization using time delay. We propose an algorithm for estimating the time delay between two receivers using least squares canonical correlation analysis(CCA), and compare it with GCC(Generalized Cross Correlation) and the conventional CCA using an adaptive generalized eigenvalue method, and we show that the proposed method provides improved accuracy within a wide range of the signal-to-noise ratios.

Keywords

time delay estimation, canonical cross correlation, least squares canonical cross correlation, deconvolution

* 세종대학교 전자정보통신공학과 교수(교신저자)
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1779-3484>
** 강원도립대학교 드론융합과 부교수
- ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6680-6088>

• Received: May 22, 2023, Revised: Jun. 20, 2023, Accepted: Jun. 23, 2023
• Corresponding Author: Junseok Lim
Dept. of Electrical Engineering Sejong University Seoul Korea
Tel.: +82-2-3408-3299, Email: jslim@sejong.ac.kr

1. 서 론

일정 거리 떨어져 있는 두 수신기에 수신된 신호 간의 지연 시간량을 추정하는 것은 여러 공학 응용에서의 목표물 위치추정 문제나 추적에 쓰이고 있다[1]-[8].

시간 지연을 추정하는 방법 중에는 두 수신 신호 사이의 상호 상관도를 구하여 그 상관 값이 최대가 되는 시점을 시간 지연량으로 구하는 방법을 근간으로 하는 방법이 있고[9], 두 수신 신호들 사이의 지연 관계를 일종의 유한 임펄스 응답(FIR) 시스템으로 보고 이 시스템의 임펄스 응답을 구하는 방법이 있다[5]-[8]. 이를 디콘볼루션 방법이라고도 한다.

참고문헌 [10]에서 Hotelling은 정준형 상관관계 분석(CCA, Canonical Correlation Analysis)이라는 새로운 다변량 분석 접근법을 제안했다. CCA는 두 다차원 변수 집합의 선형 관계를 측정하기 위해 개발되었다. 이후 CCA는 통신 이론[11], 통계적 신호 처리[12]와 같은 현대 정보 처리 분야에서 널리 사용되고 있다. 이뿐만 아니라 심층신경망을 사용한 CCA는 인지 과학, 컴퓨터 비전, 자연어 처리, 오디오 분석 등 다양한 영역에서 응용되고 있다 [13][14]. 일반 CCA가 변수 간 선형 관계를 얻어내는 데에 비해서 딥러닝 모델을 활용한 CCA에서는 변수 간의 비선형 관계를 얻어낼 수 있어서 앞서 언급한 인지 과학 등의 응용에서 더욱 향상된 성능을 발휘할 수 있었다. 참고문헌[4]에서는 시간 지연 추정에 CCA를 적용하였다. 이 연구에서는 두 수신기 중 첫 번째의 출력 y_1 과 두 번째 수신기의 출력 y_2 가 최대 상관관계를 갖도록 하는 두 벡터 h_1 및 h_2 를 찾는 문제로 신호 지연 추정 문제를 재정의하고, 최대 고유값에 대한 일반화된 벡터(GEV, Generalized Eigenvector)를 구함으로써 해당하는 h_1 및 h_2 두 벡터를 추정하도록 알고리즘을 만들었다. 이는 변수 간 선형 관계를 얻어낼 수 있는 일반 CCA의 특징을 이용하려는 시도라고 할 수 있다.

본 논문에서는 CCA의 한 방법인 Least Squares CCA를 사용하여 시간 지연을 추정하는 알고리즘을 제안한다. [4]와 같이 LMS를 사용하여 GEV를 구하는 경우 수렴 시간이 많이 들고, 이론적인 자승 평균 오차 외에 추가 오차인 과도 자승 평균 오차

(Excess mean square error)가 생기는 단점이 있는 반면에 LS-CCA (Least Squares CCA)는 이런 추가 오차가 없어서 더 정확한 결과를 기대할 수 있기 때문이다[15][16].

이를 위해서 본 논문에서는 LS-CCA를 사용한 시간 지연 추정 알고리즘을 제안하고, 모의실험을 통해서 기존의 일반 CCA를 사용한 알고리즘에 비해서 보다 넓은 신호 대 잡음비 범위에 걸쳐 정확도를 높일 수 있음을 보인다.

본 논문의 구성을 다음과 같다. 2장은 시간 지연에 대한 수치 모델링을 소개하고, 이를 바탕으로 LS-CCA를 사용한 시간 지연 방법을 제안한다. 3장에서는 본 논문에서 제안한 방법과 기존의 방법들을 같은 환경에서 성능 비교를 위한 모의실험을 한다. 마지막으로 4장에서는 결론을 기술하고 향후 연구에 관해서도 기술한다.

II. 시간 지연 추정 방법 제안

2.1 시간 지연 신호의 수치 모델링

시간 지연 추정 문제의 신호 모델은 다음과 같다. 두 수신기에 각각 수신된 신호를 $x_i(k)$, $i=1, 2$, 라 한다면, 그 신호의 수치 모델은 다음과 같다[4].

$$x_i(k) = \alpha_i s(k - \tau_i) + n_i(k) \quad (1)$$

여기서 α_i 는 원신호, $s(k)$ 가 i 번째 수신기에 도달할 때의 감쇄 계수이고, τ_i 는 원신호가 i 번째 수신기에 도달할 때까지의 전파시간이다. 또 $n_i(k)$ 는 i 번째 수신기에 부가된 잡음이다. 이 모델에서 $s(k)$, $n_i(k)$ 는 영평균이고, 상호 상관이 없는 가우시안 신호이다. 두 수신기 간에 상대적인 시간 지연은, $\tau_{12} = \tau_1 - \tau_2$ 이다.

1번 수신기를 기준으로 2번 수신기의 시간 지연을 수식으로 다시 쓰면 다음과 같다[11].

$$x_2(k) = \alpha_{12} s(k - \tau_{12}) + n(k) \quad (2)$$

여기서 α_{12} 는 1번 수신기에 대한 2번 수신기의 이득 값이고, τ_{12} 는 1번 수신기 대비 2번 수신기의 시간 지연 값이다.

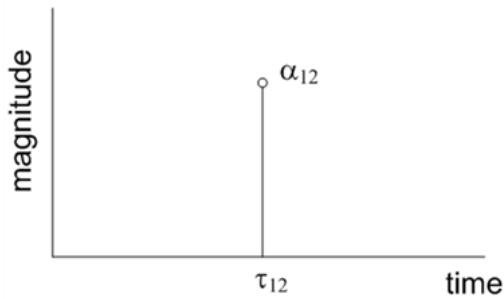


그림 1. 두 수신 신호간 시간 지연 채널 모델[4]
Fig. 1. Time delay channel model between two received signals[4]

2.2 LS-CCA를 사용한 시간 지연 추정 방법 제안

행렬 X_1, X_2 를 각각 $M \times N$ 과 $M \times N$ 차원인 두 개의 풀랭크 데이터 행렬이라고 가정할 때, 그림 2에서 CCA는 X_1 과 X_2 사이의 상관관계를 최대화하는 두 개의 벡터, 즉 $N \times 1$ 크기의 벡터 h_1 과 $N \times 1$ 크기의 벡터 h_2 를 찾는 접근법으로 정의할 수 있다 [10][15].

$$\begin{aligned} & \max_{h_1, h_2} (h_1^T X_1 X_2^T h_2), \\ \text{s.t. } & h_1^T X_1 X_1^T h_1 = 1, h_2^T X_2 X_2^T h_2 = 1 \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 행렬 $X_1 = [x_{1,1}, x_{1,2}, \dots, x_{1,n}]$ 과 $X_2 = [x_{2,1}, x_{2,2}, \dots, x_{2,n}]$ 는 x_1, k 과 x_2, k 가 $N \times 1$ 크기의 수신 센서 1과 2에서 각각 수신된 신호로 구성된 열벡터이다. 이후의 논문 기술 상의 편의를 위해서 x_1 과 x_2 로 쓴다.

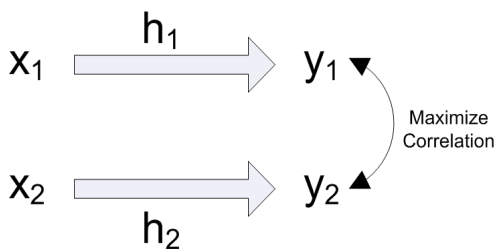


그림 2. CCA의 개념
Fig. 2. Concept of CCA

위에 기술한 CCA 개념은 서로 다른 두 수신 센서 간의 시간 지연 추정에 활용되었다[4].

그림 2와 같이 CCA로부터 얻은 h_2 는 x_2 와 y_2 사이의 매핑 채널을 의미하고 h_1 은 x_1 과 y_1 사이의 채널을 의미하게 된다. 이 때 식 (3)를 만족하는 매핑 채널 h_1 과 h_2 는 매핑 채널의 지연 효과 d_1 과 d_2 를 사용하여 y_1 과 y_2 사이의 상관관계를 최대화한다. 즉, 매핑 채널은 다음과 같이 작동한다[4].

$$\begin{aligned} y_1(k) &= h_1(k) * x_1(k) \\ &= \alpha_1 s(k - \tau_1 - d_1) + n_1(k - d_1) \\ y_2(k) &= h_2(k) * x_2(k) \\ &= \alpha_2 s(k - \tau_2 - d_2) + n_2(k - d_2) \end{aligned} \quad (4)$$

출력 신호 $y_1(k)$ 와 $y_2(k)$ 의 상관관계가 최대가 되면 수신 신호의 지연과 매핑 채널의 지연의 관계는 다음과 같다.

$$\tau_1 + d_1 = \tau_2 + d_2 \quad (5)$$

$$\tau_{12} = \tau_1 - \tau_2 = d_2 - d_1 \quad (6)$$

따라서 h_1 과 h_2 의 피크의 차이는 식 (2)와 같이 x_1 과 x_2 사이의 상대적인 시간 지연이 된다. 또 식 (3)은 다음과 같은 최소 자승 문제와 등가인 것이 알려져 있다[15][16].

$$\min_{h_i} f(h_i) = \|h_i^T X_i - T_j\|_F^2 \quad (7)$$

여기서 $T = X_j^T (X_i X_i^T)^{-1}$ 이고, i 와 j 는 각각 1 또는 2이고 서로 같지는 않다. 그러나 다음 그림 3과 같이 2번 수신기에 고정적인 시간 지연, τ_{fix} 를 부가하도록 모델을 수정하면 1번 수신기에 비해서 2번 수신기에 수신된 신호가 늦는 경우뿐만 아니라 먼저 도착한 경우 역시 처리할 수 있다, 이 경우엔 매핑 채널 h_1 과 h_2 둘 다 따로 구할 필요 없이, 식 (7)을 LS-CCA방법을 사용해서 식 (8)와 같은 방법으로 매핑 채널 h_1 만 추정함으로써 두 수신기 사이의 시간 지연을 추정할 수 있다[15][16].

$$h_i = (X_i X_i^T)^{\dagger} X_i^T T_j \quad (8)$$

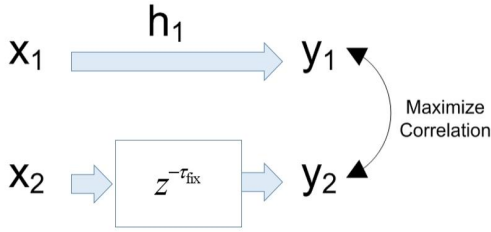


그림 3. 고정 시간 지연기를 사용한 CCA에 의한 시간 지연 추정

Fig. 3. Time delay estimation by CCA with a fixed delay

III. 모의실험 결과

모의실험을 통해서 제안된 알고리즘의 추정 분산의 우수성을 다른 알고리즘들과 비교하여 보았다. 이를 위해서 두 가지 종류의 신호 환경에서 반복 실험을 하였다.

첫 번째 비교실험은 수신기의 부가 잡음으로 백색 정규 분포 잡음을 가정하고, 수신 신호원은 부가 잡음과 상관이 없는 불규칙 잡음으로 발생하여 충분히 광대역인 신호원이 되도록 발생시켰다. 그리고 그 신호가 1번 수신기와 2번 수신기 사이에 10 신호 표본만큼 시간 지연이 있도록 설정하였다.

두 번째 비교실험을 위해서 유색 신호원을 가정하고 발생시켰다. 이를 위해서 $s_0(k) = 0.7s_0(k) + w(k)$ 인 관계식을 만족시키는 1차 AR과정인 신호를 발생하여 신호원으로 삼았다. 나머지 실험 환경은 첫 번째 실험과 같게 설정하였다.

각각의 비교실험에서 제안한 방법과 함께 시간 지연 추정 분야에서 전통적으로 유명한 방법인 일반 상호 상관(GCC) 방법[9] 및 LMS 구조의 GEV를 사용하는 일반적인 CCA 풀이법을 사용한 시간 지연 추정하는 방법[4]과 비교하였다. 세 방법을 각 신호 대 잡음비에 대해서 500회씩 반복 시행하여 결과를 얻었다. 추정 성능 비교를 위해서 지연 시간 추정의 평균 자승 오차(MSE, Mean Square Error)를 각 신호 대 잡음비에 대해서 그래프로 그렸다.

그림 4는 첫 번째 실험의 결과를 비교한 그림이다. 이 그림으로 볼 때 제안된 방법이 -7dB 정도까지는 평균 자승 오차 성능이 다른 비교 대상들과 비슷함을 알 수 있다. 그러나 제안한 방법은 -7dB보다 낮은 신호 대 잡음비인 약 -9dB까지도 추정 성

능을 유지하고 있으나 다른 두 방법은 추정에 실패하고 있음을 알 수 있다. 따라서 제안한 방법이 상대적으로 넓은 신호 대 잡음 범위에서 상대적으로 더 신뢰성 있는 시간 지연 추정 결과를 제공할 수 있음을 알 수 있다.

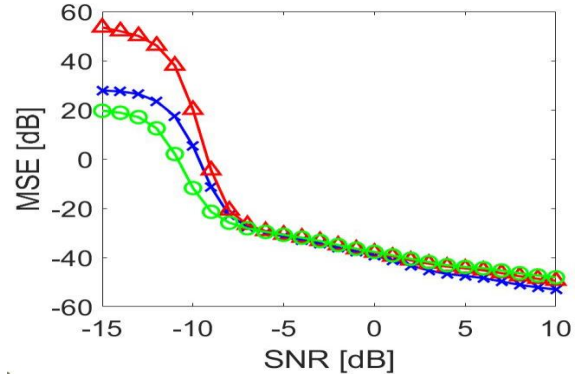


그림 4. 백색 정규분포 신호원의 경우 추정 성능 비교(-△-: GCC, -x-: 기존 CCA 사용 방법[4], -○-: 제안한 방법)

Fig. 4. Performance comparison in case of white gaussian signal source (-△-: GCC, -x-: CCA based method[4], -○-: proposed method)

그림 5는 두 번째 실험인 유색 신호원에 대한 비교 실험 결과이다. 이 그림으로 볼 때 제안된 방법이 4dB 정도까지는 평균 자승 오차가 다른 비교 대상들과 비슷함을 알 수 있다. 그러나 제안한 방법은 그보다 낮은 신호 대 잡음비에서도 추정 성능을 유지하고 있으나 다른 방법들은 추정에 급격히 실패하고 있음을 알 수 있다.

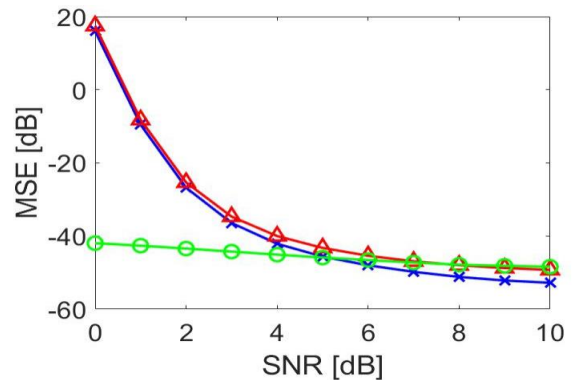


그림 5. 유색 신호원의 경우에 추정 성능 비교 (-△-: GCC, -x-: 기존 CCA 사용 방법[4], -○-: 제안한 방법)

Fig. 5. Performance comparison in case of colored signal source (-△-: GCC, -x-: CCA based method[4], -○-: proposed method)

이 실험 결과에서도 제안한 방법이 상대적으로 넓은 신호 대 잡음비 범위에서 평균 자승 오차를 유지해서 상대적으로 더 신뢰성 있는 시간 지연 추정 결과를 제공할 수 있음을 알 수 있다.

IV. 결론 및 향후 과제

두 수신기에 수신된 두 신호 간 시간 지연량을 추정하기 위해 LS-CCA를 사용한 새로운 방법을 제안하였다. 이 방법은 GCC 방법뿐만 아니라 LMS 방법을 사용하는 일반 CCA를 바탕으로 한 시간 지연 추정 기법에 비해서 상대적으로 더 넓은 신호 대 잡음비에 잘 동작함을 보였다. 향후 시간 지연을 FIR 형태로 모델링 할 때 전체 탭 중에서 극히 일부 탭의 계수만 의미가 있다는 특징을 심분 활용하기 위해서 희박 신호처리(Sparse signal processing) 이론을 본 논문의 방법에 적용한 후 그 결과를 고찰하고자 한다.

References

- [1] J. Cai, L. Zhou, J. Hu, C. Zhang, W. Liao, and L. Guo, "High-accuracy localisation method for PD in transformers", *IET Science, Measurement & Technology*, Vol. 14, No. 1, pp. 104-110, Jan. 2020. <https://doi.org/10.1049/iet-smt.2019.0051>.
- [2] J. Lim, "A Study on Improving Time Delay Estimation Performance of Generalized Cross Correlation-Phase Transform using Singular Spectrum Analysis", *Journal of KIIT*, Vol. 20, No. 8, pp. 99-106, Aug. 2022. <https://doi.org/10.14801/jkiit.2022.20.8.99>.
- [3] X. Cui, Y. Gao, Y. Ma, Y. Liu, and B. Jin, "Variable Step Normalized LMS Adaptive Filter for Leak Localization in Water-Filled Plastic Pipes", *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, Vol. 71, No. 4, pp. 9600511-9600511, Apr. 2022. <https://doi.org/10.1109/TIM.2022.3169526>.
- [4] J. Lim and W. Hong, "An adaptive time delay estimation method based on canonical correlation analysis", *The Journal of Acoustical Society of Korea*, Vol. 32, No. 6, pp. 548-555, Nov. 2013. <https://doi.org/10.7776/ASK.2013.32.6.548>.
- [5] J. Benesty, "Adaptive eigenvalue decomposition algorithm for passive acoustic source localization", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 1, pp. 384-391, Jan. 2000. <https://doi.org/10.1121/1.428310>.
- [6] J. Lim, H. Pang, and K. Lee, "Time delay estimation based on log-sum and lp-norm penalized minor component analysis", *The Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 143, No. 6, pp. 3979-3984, Jun. 2018. <https://doi.org/10.1121/1.5042353>.
- [7] H. So, P. Ching, and Y. T. Chan, "A new algorithm for explicit adaptation of time delay", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 42, No. 7, pp. 1816-1820, Jul. 1994. <https://doi.org/10.1109/78.298289>.
- [8] J. Koh, H. Lee, S. B. Han, and J. Jeon, "Time Delay Estimation Using De-Convolution", *The Journal of KICS*, Vol. 41 No. 12 pp. 1692-1699, Dec. 2016. <https://doi.org/10.7840/kics.2016.41.12.1692>.
- [9] C. Carter, "Coherence and Time Delay Estimation: An Applied Tutorial for Research, Development, Test and Evaluation Engineers", *IEEE press*, pp. 1-29, Jan. 1993.
- [10] H. Hotelling, "Relations between two sets of variates", *Breakthroughs in Statistics*, Springer, pp. 162-190, Feb. 1992. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4380-9_14.
- [11] A. Dogandzic and A. Nehorai, "Finite-length MIMO equalization using canonical correlation analysis", *IEEE Transactions on Signal Processing*, Vol. 50, No. 4, pp. 984-989, Apr. 2002. <https://doi.org/10.1109/78.992151>.
- [12] A. Dogandzic and A. Nehorai, "Generalized multivariate analysis of variance; A unified framework for signal processing in correlated

noise", IEEE Signal Processing Magazine, Vol. 20, No. 5, pp. 39-54, Sep. 2003. <https://doi.org/10.1109/MSP.2003.1236771>.

[13] X. Zhuang, Z. Yang, and D. Cordes, "A technical review of canonical correlation analysis for neuroscience applications", Hum Brain Mapping, Vol. 41, No. 13, pp. 3807-3833, Sep. 2020. <https://doi.org/10.1002/hbm.25090>.

[14] X. Yang, W. Liu, W. Liu, and D. Tao, "A Survey on Canonical Correlation Analysis", IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, Vol. 33, No. 6, pp. 2349-2368, Jun. 2021. <https://doi.org/10.1109/TKDE.2019.2958342>.

[15] L. Sun, S. Ji, and J. Ye, "Canonical Correlation Analysis for Multilabel Classification: A Least-Squares Formulation, Extensions, and Analysis", IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 33, No. 1, pp. 194-200, Jan. 2011. <https://doi.org/10.1109/TPAMI.2010.160>.

[16] Q. Mai and X. Zhang, "An iterative penalized least squares approach to sparse canonical correlation analysis", Biometrics, Vol. 75, No. 9, pp. 734-744, Sep. 2019. <https://doi.org/10.1111/biom.13043>.

편 용 국 (Yong-Guk Pyeon)



1993년 2월 : 강원대학교
전자공학과 (공학사)
1996년 2월 : 관동대학교
전자공학과(공학석사)
2004년 2월 : 세종대학교
전자공학과(공학박사)
1998년 3월 ~ 현재 : 강원도립대학

드론융합과 부교수
관심분야 : 신호처리

저자소개

임 준 석 (Junseok Lim)



1986년 2월 : 서울대학교
전자공학과(공학사)
1988년 2월 : 서울대학교
전자공학과(공학석사)
1996년 8월 : 서울대학교
전자공학과(공학박사)
1998년 3월 ~ 현재 : 세종대학교

전자정보통신공학과 교수
관심분야 : 신호처리